Pollutions, environnement et croissance : implémentation de trajectoires optimales dans un modèle Schumpétérien

André Grimaud[1]

Février 1998

[1]GREMAQ et IDEI, Université des Sciences Sociales de Toulouse I, France.
Je remercie P.Howitt, N.Ladoux, F.Ricci, G.Saint-Paul et B.Villeneuve pour leurs commentaires et leurs suggestions.

Résumé

Dans leur ouvrage "Endogenous Growth Theory", P.Aghion et P.Howitt caractérisent les trajectoires optimales dans un modèle schumpétérien où ils introduisent explicitement des émissions de pollution qui détériorent l'environnement. L'objectif du présent article est de chercher comment ces trajectoires peuvent être implémentées dans une économie décentralisée. On montre en particulier que l'optimum peut être atteint par une taxe dont le montant par unité de pollution croît à taux constant.

Abstract

In their book "Endogenous Growth Theory", P.Aghion and P.Howitt characterize the optimal trajectories in a schumpeterian model where they introduce environmental pollution. The purpose of this paper is to implement these trajectories in a decentralized economy. We show that the optimum can be reached by using a unit tax on pollution which grows at constant rate.

1 Introduction

On peut légitimement se demander si la croissance à long terme des économies ne sera pas freinée, ou même rendue impossible, du fait de l'existence de certains facteurs. Parmi ceux-ci, l'utilisation permanente de ressources non renouvelables et l'émission de diverses pollutions qui détériorent progressivement l'environnement semblent constituer deux handicaps majeurs pour le développement économique futur des sociétés. La prise en compte de ces facteurs dans l'analyse de la croissance économique fait souvent référence au concept de "développement soutenable", qui met l'accent sur le fait que les choix économiques que nous faisons doivent prendre en compte le bien-être de toutes les générations, présentes et futures.

Depuis quelques années, les théories de la croissance endogène ont renouvelé sensiblement les analyses qui étaient faites précédemment dans des modèles "à la Solow-Ramsey" : pour les travaux qui traitent des questions environnementales, on peut citer notamment Bovenberg et Smulders (1995 et 1996), Elbasha et Roe (1996), Hung, Chang et Blackburn (1993), Michel (1993), Michel et Rotillon (1995), Musu (1994), Stockey (1995), Verdier (1993). Naturellement ces travaux s'appuient sur différents types de modèles de croissance endogène (on trouve un bon tour d'horizon de la littératurre dans Smulders (1995)). Certains d'entre eux s'appuient sur ce qu'il est convenu d'appeler les modèles schumpétériens (cf. notamment Romer (1990) et Aghion-Howitt (1992)) dans lesquels la source fondamentale de la croissance est la création de "connaissance" qui se manifeste soit par une augmentation du nombre des biens (c'est le modèle de différenciation horizontale de Romer), soit par une amélioration de la qualité (c'est le modèle de différenciation verticale d'Aghion-Howitt). C'est dans ce cadre que se situe l'article qui suit.

Dans leur ouvrage "Endogenous Growth Theory" (1998), P.Aghion et P.Howitt examinent la question de la soutenabilité de la croissance dans un contexte schumpétérien, en présence de pollution et de ressources non renouvelables (des modèles du même type ont été notamment développés par Elbasha et Roe (1996), Hung, Chang et Blackburn (1993) et Verdier (1993)). Ils montrent que, sous certaines conditions, la prise en compte de problèmes environnementaux et de ressources naturelles non renouvelables n'empêche pas l'existence de sentiers de croissance soutenables. Cependant, leur analyse reste strictement normative ; ils observent eux-mêmes que leur étude "has not addressed the critical question of what policies might implement the optimal growth paths that have been found".

L'objectif de cet article est précisément d'étudier ce problème d'implémentation, c'est à dire d'analyser comment le sentier optimal peut être atteint dans une économie décentralisée. De fait, nous n'abordons pas ici les problèmes liés à la présence de ressources non renouvelables ; nous restreignons l'analyse à ceux qui sont soulevés par l'émission de pollutions qui détériorent l'environnement. P.Aghion et P.Howitt conduisent leur étude dans un modèle agrégé ; nous avons choisi ici d'analyser l'implémentation dans un modèle "à la Romer" (pour une analyse dans un modèle "à la Aghion-Howitt", cf Ricci (1997)). Dans une telle économie, l'implémentation de trajectoires optimales exige un certain degré d'intervention publique. D'une part, même en l'absence de pollution, les équilibres obtenus ne sont pas optimaux. En effet, on suppose le plus souvent que l'inventeur d'un nouveau produit a un certain pouvoir de marché, ce qui constitue une première distorsion par rapport à l'optimum. En outre, et plus fondamentalement, la production décentralisée de connaissance n'est pas en général optimale, car il s'agit d'un bien non exclusif ("non rival" dans la littérature anglo-saxonne). D'autre part, à ces deux distorsions s'ajoutent maintenant les pollutions générées par la production des entreprises. D'où la nécessité de mettre en place un ensemble d'outils d'intervention. Pour les deux premières distorsions, il suffit de subventionner l'achat de biens intermédiaires et la Recherche-Développement (cf. par exemple Barro-Sala-I-Martin (1995)). Pour ce qui concerne le troisième, nous proposons une taxe sur la pollution, payée par les entreprises. Celle-ci a d'abord pour effet de les inciter à choisir des technologies de plus en plus propres. Mais, comme nous le verrons, elle a des effets complexes car, en modifiant la demande de biens intermédiaires des entreprises, elles agit directement sur le processus de création de connaissance, et donc sur la croissance à long terme : l'analyse fait donc apparaître clairement le dilemne entre amélioration de l'environnement et croissance économique à long terme. Nous montrons qu'il est possible d'implémenter la trajectoire optimale d'Aghion-Howitt par un choix approprié des trois outils. En particulier, à l'optimum, la taxe unitaire sur la pollution croît à taux constant, mais le revenu total de la taxe croît au même rythme que l'économie car la pollution diminue.

Dans un premier temps, nous rappelons le modèle de P.Aghion et P.Howitt. Nous en proposons ensuite une version désagrégée. Puis nous analysons l'équilibre et l'implémentation de l'optimum.

2 Le modèle de croissance optimale : rappels

L'économie étudiée comprend cinq biens : un bien homogène, produit en quantité Y, utilisé pour la consommation (c) et l'investissement I ; le travail (L) supposé constant (on pose $L = 1$) ; la "connaissance" (B) ; la pollution (P) ; l'environnement (E).

A chaque date t, la technologie de production de $Y(t)$ est décrite par la fonction de production agrégée suivante :

$$Y(t) = K(t)^{\alpha}(B(t)(1 - n(t))^{1-\alpha}z(t), \quad 0 < \alpha < 1 \tag{1}$$

où $K(t), B(t)$, et $1 - n(t)$ sont respectivement le capital, la connaissance et le travail utilisés ; $z(t) \in [0, 1]$ est l'intensité de pollution : une augmentation de z signifie que les entreprises utilisent des techniques plus polluantes, c'est à dire moins coûteuses, ce qui permet d'accroître la production de bien. On suppose $I(t) = \dot{K}(t)$ (l'amortissement est nul), ce qui conduit à

$$Y(t) = c(t) + \dot{K}(t) \tag{2}$$

La production de connaissance est décrite par la fonction

$$\dot{B}(t) = \delta B(t)n(t) \tag{3}$$

où $n(t)$ est le travail consacré à l'activité de recherche et où δ est un paramètre positif.

Le flux de pollution P est croissant avec la production Y et l'intensité de pollution z. On retient la spécification suivante :

$$P = Yz^{\gamma}, \gamma > 0 \tag{4}$$

On appelle E la variable qui mesure la différence entre la qualité actuelle de l'environnement et la qualité maximum que celui-ci aurait en l'absence de pollution. On suppose que l'évolution de l'environnement dE/dt dépend de l'environnement E lui-même (il y a une possibilité de régénérescence) et du flux de pollution P : E est une variable (négative) dont l'évolution est donnée par

$$\frac{dE}{dt} = -Yz^{\gamma} - \theta E \tag{5}$$

où $\theta > 0$ peut être interprété comme un taux de régénérescence.

On impose que, à aucun moment, la qualité de l'environnement ne puisse descendre en dessous d'un seuil minimum, c'est à dire

$$E^{\min} \leq E(t) \leq 0 \quad \forall t \tag{6}$$

Le consommateur représentatif a une durée de vie infinie. Son utilité dépend du niveau de consommation c et de la qualité de l'environnement E. Elle prend la forme standard $\int_0^\infty u(c,E)e^{-\rho t}dt$, où $u(c,E)$ est une fonction séparable et isoélastique[1]. En d'autres termes

$$\frac{\partial u(c,E)}{\partial c} = c^{-\epsilon} \text{ et } \frac{\partial u(c,E)}{\partial E} = (-E)^{\omega}, \qquad \epsilon > 0, \omega > 0 \tag{7}$$

Il s'agit donc de résoudre le problème suivant :

$$\begin{array}{l} \max\limits_{(c,z,n,K,B,E)} \displaystyle\int_0^\infty U(c,E)e^{-\rho t}dt \\ \text{sous les contraintes} \\ \quad \dot{K} = K^\alpha (B(1-n))^{1-\alpha} z - c \\ \quad \dot{B} = \delta B n \\ \quad \dot{E} = -K^\alpha (B(1-n))^{1-\alpha} z^{\gamma+1} - \theta E \\ \quad E^{\min} \leq E \leq 0 \end{array} \tag{8}$$

Aghion et Howitt montrent que, étant donné E_0 tel que $E_0 \in [E^{\min}, 0]$, et sous certaines conditions relatives aux paramètres du modèle (en particulier $\epsilon > 1$ et $\delta > \rho$), il existe un sentier de croissance équilibrée correspondant à des valeurs initiales $(c_0, z_0, n_0, K_0, B_0)$ particulières dépendant des paramètres du modèle où les taux de croissance sont :

$$\begin{aligned} g_Y^0 &= g_K^0 = g_c^0 = (\delta - \rho)\left(\epsilon + \frac{(\epsilon+\omega)/(1+\omega)}{\gamma(1-\alpha)}\right)^{-1} > 0, \text{ car } \delta > 0 \\ g_P^0 &= g_E^0 = \frac{1-\epsilon}{1+\omega} g_K^0 < 0, \text{ car } \epsilon > 1 \\ g_z^0 &= \frac{-(\epsilon+\omega)}{\gamma(1+\omega)} g_K^0 < 0 \\ g_B^0 &= \left(1 + \frac{(\epsilon+\omega)/(1+\omega)}{\gamma(1-\alpha)}\right) g_K^0 > 0 \end{aligned} \tag{9}$$

et où l'on a en outre

$$n^0 = g_B^0/\delta \tag{10}$$

$$\frac{K^0}{B^0} = \left(\frac{\alpha\gamma z^0}{(\rho + \epsilon g_c^0)(\gamma+1)}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} (1 - n^0) \tag{11}$$

Dans ces expressions, le symbole g_x^0 représente de façon générale le taux de croissance d'une variable x quelconque à l'optimum.

[1]Michel et Rotillon (1995) analysent le cas de non-séparabilité de la fonction d'utilité dans un modèle de type "AK" avec effets externes entre entreprises.

Finalement, sur le sentier optimal, la croissance du produit est positive alors que la pollution diminue et que la qualité de l'environnement s'améliore[2].

3 Modèle désagrégé

Nous proposons maintenant la version désagrégée suivante du modèle précédent (il s'agit d'une adaptation du modèle à différenciation horizontale de Romer (90) ; cf aussi Barro-Sala-I-Martin (95)).

L'économie comprend les biens suivants : le bien final (Y) ; le travail (L) ; B biens intermédiaires ($j = 1, \ldots, B$)[3] ; des titres échangés sur un marché financier parfait ; la pollution (P) et l'environnement (E). On note respectivement p_Y (normalisé à un), $w(t)$ et $p_j(t)(j = 1, \ldots B)$ les prix du bien final, du travail, et des biens intermédiaires ; on note $r(t)$ le taux d'intérêt.

On suppose que le bien final est produit par m entreprises identiques ($i = 1, \ldots, m$). Chaque entreprise i a une fonction de production

$$Y_i = L_i^{1-\alpha} \left(\sum_{j=1}^{B} X_{ij}^{\alpha} \right) z_i, \quad 0 < \alpha < 1 \tag{12}$$

où L_i est le travail, X_{ij} la quantité de bien intermédiaire j utilisée, et z_i le choix d'intensité de pollution. En choisissant z_i, l'entreprise i émet une pollution $P_i = Y_i z_i^{\gamma}$. On suppose enfin que les m entreprises sont en situation de concurrence parfaite.

Pour ce qui concerne le secteur des biens intermédiaires, on distingue l'activité de Recherche-Développement ($R - D$) qui permet de découvrir de nouveaux biens, et l'activité de production proprement dite. Plus précisément,

- le nombre de biens créés à chaque instant est donné par

$$\dot{B} = \delta B n \tag{13}$$

  où n est toujours le travail consacré à la $R - D$. Par conséquent, $n/\dot{B} = 1/\delta B$ est le coût en travail d'un nouveau bien ;

[2]Aghion et Howitt obtiennent un résultat différent dans le cadre d'un modèle "AK" où, dans la modélisation proposée, le taux de croissance de l'économie ne peut pas être positif dans le long terme.

[3]Dans la suite du texte, nous supposons que B est grand et nous traitons cette variable comme une variable réelle.

- une fois le bien inventé, la production d'une unité de ce bien entre une date t quelconque et l'infini exige qu'une unité de *capital* soit disponible dès la date t.

On suppose que l'inventeur d'un nouveau bien en conserve indéfiniment le monopole. De plus, on suppose qu'il y a libre entrée sur ces marchés.

Enfin, l'évolution de l'environnement E est toujours donnée par (5), et la condition (6) doit être vérifiée à toute date t.

Remarque : On peut vérifier que, dans cette économie "désagrégée", on a nécessairement à l'optimum $X_{ij} = X_i \quad \forall i, z_i = z \quad \forall i, X_j = \sum_{i=1}^{m} X_{ij} = X \quad \forall j, L_i/X_i = (1-n)/X \quad \forall i$. On en déduit immédiatement que $Y = K^{\alpha}(B(1-n))^{1-\alpha} z$ et $P = Y z^{\gamma}$, où $Y = \sum_{i=e}^{m} m \ n \ pzK \quad ien \quad e \quad X$

4 Equilibre

Nous nous intéressons ici à des équilibres stationnaires, c'est à dire à des vecteurs de prix et de quantités tels que chaque agent maximise sa fonction objectif (utilité, profit), les marchés sont apurés [4] (ces deux propriétés nous assurent qu'il s'agit bien d'équilibres), mais aussi tels que les différentes variables ont des taux de croissance constants (positifs ou négatifs). Pour éviter des complications inutiles, nous avançons dans la Proposition 1 un ensemble de prix, de quantités et de taux de croissance, et nous montrons qu'il s'agit bien d'un équilibre stationnaire.

Supposons que les autorités fixent à des niveaux constants les taux de subventions τ et σ et que, par contre, elles fixent à un niveau constant le taux de croissance g_h de la taxe sur la pollution (nous verrons ci-dessous que ces outils permettent notamment d'implémenter l'optimum).

Proposition 1
Les prix :

$$r^e = \frac{\alpha\delta + \frac{\alpha\rho}{\epsilon} - \frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)}(\alpha + (1-\tau)(1-\sigma))}{(1-\tau)(1-\sigma) + \alpha/\epsilon} \tag{18}$$

$$p_j^e = p^e = \frac{r^e}{\alpha} \qquad \forall j \tag{19}$$

$$w^e = (1-\alpha)B^e\left(\frac{X^e}{1-n^e}\right)^{\alpha}\left(\frac{\gamma h^{-1/\gamma}}{(\gamma+1)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}}\right), \tag{20}$$

les quantités

$$z_i^e = z^e = \left(\frac{1}{h(\gamma+1)}\right)^{1/\gamma} \qquad \forall i \tag{21}$$

$$X_j^e = \sum_i X_{ij}^e = X^e = \left(\frac{\alpha\gamma h^{-1/\gamma}}{p^e(1-\tau)(\gamma+1)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}(1-n^e) \quad \forall j \tag{22}$$

$$X_{ij}^e = X_i^e = \frac{X^e}{(1-n^e)}L_i^e \quad \forall j \tag{23}$$

$$n^e = g_B^e/\delta, \tag{24}$$

et les taux de croissance

$$g_r^e = 0 \tag{25}$$

[4] Nous utilisons ce terme car l'équilibre général analysé ici n'est pas walrasien au sens habituel du terme : les entreprises qui produisent les biens intermédiaires sont des monopoles.

$$
\begin{aligned}
g_p^e &= 0 && (26)\\
g_w^e &= g_c^e && (27)\\
g_c^e &= g_Y^e = \frac{r^e - \rho}{\epsilon} && (28)\\
g_X^e &= \frac{-g_h}{\gamma(1-\alpha)} && (29)\\
g_B^e &= g_c^e + \frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)} && (30)\\
g_n^e &= 0 && (31)\\
g_z^e &= -g_h/\gamma && (32)\\
g_E^e &= g_P^e = g_c^e - g_h && (33)\\
g_T^e &= g_c^e && (34)\\
g_{Y_i} - g_{Li} &= g_Y \qquad \forall i && (35)\\
g_{X_{ij}} - g_{Li} &= g_X \qquad \forall i, \forall j && (36)\\
g_{z_i} &= g_z = -g_h/\gamma \qquad \forall i && (37)
\end{aligned}
$$

constituent un équilibre stationnaire (l'indice supérieur ^{e} *signifie ici équilibre).*

Démonstration

1. On montre d'abord que chaque agent maximise sa fonction objectif [5].

   (a) Dans le secteur du bien final, chaque entreprise i maximise son profit (cf 14) :

   $$\pi_i = L_i^{1-\alpha}\left(\sum_{j=1}^{B} X_{ij}^{\alpha}\right) z_i(1 - hz_i^{\gamma}) - wL_i - \sum_{j=1}^{B} p_j(1-\tau)X_{ij}$$

   Cette maximisation conduit aux trois conditions du premier ordre suivantes :

   - $\frac{\partial \pi_i}{\partial z_i} = L_i^{1-\alpha}\left(\sum_{j=1}^{B} X_{ij}^{\alpha}\right)(1 - h(\gamma+1)z_i^{\gamma}) = 0$, ce qui conduit à

   $$z_i = \left(\frac{1}{h(\gamma+1)}\right)^{1/\gamma} \qquad \forall i$$

   Cette condition est vérifiée d'après (21). Elle indique qu'à l'équilibre, toutes les entreprises de ce secteur font le même choix d'intensité de pollution : $z_i = z \quad \forall i$. D'autre part, elle montre comment la

[5] Pour alléger les notations, on omet ici l'indice supérieur ^{e}.

taxe sur la pollution influence le choix technologique de l'entreprise : plus la taxe est élevée (h augmente), moins la technologie choisie est polluante (z_i diminue).

- $\frac{\partial \pi_i}{\partial X_{ij}} = \alpha L_i^{1-\alpha} X_{ij}^{\alpha-1} z_i(1-hz_i^\gamma) - p_j(1-\tau) = 0$, ce qui conduit à

$$X_{ij} = \left(\frac{\alpha z_i (1-hz_i^\gamma)}{p_j(1-\tau)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} L_i$$

  Puisque $z_i = z = \left(\frac{1}{h(\gamma+1)}\right)^{1/\gamma}$, on a $hz^\gamma = \frac{1}{\gamma+1}$, et donc $z(1-hz^\gamma) = \frac{\gamma h^{-1/\gamma}}{(\gamma+1)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}}$. La condition ci-dessus s'écrit donc

$$X_{ij} = \left(\frac{\alpha\gamma h^{-1/\gamma}}{p_j(1-\tau)(\gamma+1)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} L_i$$

  Puisque $p_j = p \forall j$ d'après (19), cette condition est vérifiée d'après (22) et (23). Comme on l'a indiqué ci-dessus (cf l'écriture de (15)), la demande de biens intermédiaires par les entreprises qui produisent le bien final Y dépend non seulement du prix de ces biens, mais aussi de la taxe sur la pollution.

- $\frac{\partial \pi_i}{\partial L_i} = (1-\alpha) L_i^{-\alpha} (\sum_{j=1}^B X_{ij}^\alpha) z_i(1-hz_i^\gamma) - \omega = 0$
  Puisque $X_{ij} = X_i \forall i$ et $z_i(1-hz_i^\gamma) = \frac{\gamma h^{-1/\gamma}}{(\gamma+1)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}}$, cette condition s'écrit :

$$(1-\alpha) B \left(\frac{X}{1-n}\right)^\alpha \frac{\gamma h^{-1/\gamma}}{(\gamma+1)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}} = w$$

  Elle est vérifiée d'après (20).

(b) Dans le secteur des biens intermédiaires, deux conditions doivent être remplies.

- A chaque date t, l'entreprise j maximise la somme des profits anticipés actualisés (cf 15) :

$$V_j(t) = \int_t^\infty \left[p_j(\nu) X_j(p_j(\nu),\nu) - \dot{X}_j(p_j(\nu),\nu) \right] e^{-\int_t^\nu r(u)du} d\nu - X_j(p_j(t),t)$$

  Nous savons que $X_j = \sum_i X_{ij} = \left(\frac{\alpha\gamma h^{-1/\gamma}}{p_j(1-\tau)(\gamma+1)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} (1-n)$. On en déduit

$$p_j = \frac{\alpha\gamma h^{-1/\gamma}}{(1-\tau)(\gamma+1)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}} X_j^{\alpha-1} (1-n)^{1-\alpha}.$$

$V_j(t)$ devient alors

$$V_j(t) = \int_t^\infty \left(\frac{\alpha\gamma h^{-1/\gamma}(1-n)^{1-\alpha}}{(1-\tau)(\gamma+1)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}} X_j^\alpha - \dot{X}_j \right) e^{-\int_t^\nu r(u)du} d\nu - X_j(p_j(t), t)$$

Le choix optimal de X_j (ou, ce qui est équivalent, de p_j) par le monopole est donné par l'équation d'Euler qui s'écrit :

$$\frac{\alpha^2\gamma h^{-1/\gamma}(1-n)^{1-\alpha}}{(1-\tau)(\gamma+1)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}} X_j^{\alpha-1} e^{-\int_t^\nu r(u)du} - re^{-\int_t^\nu r(u)du} = 0 \quad \forall \nu,$$

ou encore

$$(\alpha p_j(\nu) - r(\nu))e^{-\int_t^\nu r(u)du} = 0$$

c'est à dire finalement

$$p_j(\nu) = p(\nu) = \frac{r(\nu)}{\alpha}$$

On retrouve la condition (19) ci-dessus.

- La condition de libre entrée s'écrit (cf 16) :

$$V_j(t) - \frac{w(t)(1-\sigma)}{\delta B(t)} = 0$$

Nous voulons vérifier que pour le taux d'intérêt r donné par (18) (qui est *indépendant du temps*), elle est vérifiée. Puisque $p_j = p = \frac{r}{\alpha}$, la quantité vendue à chaque date ν par l'entreprise j est (cf (22)).

$$X_j(\nu) = \left(\frac{\alpha^2\gamma h(\nu)^{-1/\gamma}}{r(1-\tau)(\gamma+1)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} (1-n)$$

Puisque r et n sont constants dans le temps (cf. (25) et (31)), on a

$$\frac{\dot{X}_j}{X_j} = \frac{-1}{\gamma(1-\alpha)} \frac{\dot{h}}{h} = \frac{-g_h}{\gamma(1-\alpha)}, \text{ d'où } \dot{X}_j = \frac{-g_h}{\gamma(1-\alpha)} X_j.$$

On peut donc récrire $V_j(t)$:

$$\begin{aligned} V_j(t) &= \int_t^\infty (p_j X_j - \dot{X}_j) e^{-\int_t^\nu r(u)du} d\nu - X_j(t) \\ &= \int_t^\infty \left(\frac{r}{\alpha} + \frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)} \right) X_j e^{-r(\nu-t)} d\nu - X_j(t) \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
= & \left(\frac{r}{\alpha}+\frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)}\right)\left(\frac{\alpha^2\gamma}{r(1-\tau)(\gamma+1)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}(1-n)\times \\
& \int_t^{\infty}(h(\nu))^{\frac{-1}{\gamma(1-\alpha)}}e^{-r(\nu-t)}d\nu - X_j(t)
\end{aligned}
$$

Puisque h croît au taux constant g_h, on a $h(\nu)=h_0e^{g_h\nu}$ (ou h_0 est une constante), et on vérifie que l'intégrale $\int_t^{\infty}(h(\nu))^{-\frac{1}{\gamma(1-\alpha)}}e^{-r(\nu-t)}d\nu$ est égale à $\frac{h(t)^{\frac{-1}{\gamma(1-\alpha)}}}{\frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)}+r}$.
D'où l'expression de $V_j(t)$:

$$
\begin{aligned}
V_j(t) &= \left(\frac{r}{\alpha}+\frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)}\right)\left(\frac{\alpha^2\gamma}{r(1-\tau)(\gamma+1)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}(1-n)\frac{h(t)^{\frac{-1}{\gamma(1-\alpha)}}}{\frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)}+r} - X_j(t) \\
V_j(t) &= X_j(t)\left(\frac{\frac{r}{\alpha}+\frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)}}{\frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)}+r}-1\right) = X_j(t)\left(\frac{r(1-\alpha)}{\alpha\left(\frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)}+r\right)}\right).
\end{aligned}
$$

D'après (20), nous savons que $w=(1-\alpha)B\left(\frac{X}{1-n}\right)^{\alpha}\left(\frac{\gamma h^{-1/\gamma}}{(\gamma+1)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}}\right)$.
D'où l'expression du coût de l'invention d'un nouveau bien

$$
\frac{w(1-\sigma)}{\delta B}=\frac{(1-\alpha)(1-\sigma)}{\delta}\left(\frac{X}{1-n}\right)^{\alpha}\left(\frac{\gamma h^{-1/\gamma}}{(\gamma+1)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}}\right)
$$

Puisque $X_j=X\forall j$, la condition de libre entrée (16) devient

$$
X^{1-\alpha}\frac{r(1-\alpha)}{\alpha\left(\frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)}+r\right)}=\frac{(1-\alpha)(1-\sigma)}{\delta(1-n)^{\alpha}}\left(\frac{\gamma h^{-1/\gamma}}{(\gamma+1)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}}\right)
$$

ce qui, en remplaçant X par sa valeur et après simplification, donne

$$
\frac{\alpha\delta(1-n)}{(1-\tau)(1-\sigma)}=\frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)}+r
$$

Puisque $n=g_B/\delta$ (cf 23) et $g_B=g_c+\frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)}=\frac{r-\rho}{\epsilon}+\frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)}$, la condition s'écrit

$$
\frac{\alpha\delta\left(1-\frac{r-\rho}{\delta\epsilon}-\frac{g_h}{\delta\gamma(1-\alpha)}\right)}{(1-\tau)(1-\sigma)}=\frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)}+r
$$

On en déduit :

$$r = \frac{\alpha\delta + \frac{\alpha\rho}{\epsilon} - \frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)}(\alpha + (1-\tau)(1-\sigma))}{(1-\tau)(1-\sigma) + \alpha/\epsilon}$$

c'est à dire la formule (18) de la proposition 1.

(c) Le consommateur représentatif maximise l'utilité $\int_t^\infty u(c,E)e^{-\rho(\nu-t)}$ sous la contrainte $\int_t^\infty (w-c-T)e^{-\int_t^\nu r(u)du}d\nu$, ce qui conduit à la condition habituelle $g_c^e = \frac{r^e-\rho}{\epsilon}$ (cf 28).

2. Il reste à s'assurer que sont vérifiées les fonctions de production individuelles $Y_i = L_i^{1-\alpha}(\sum_{t=1}^B X_{ij}^\alpha)z_i$ (et donc la fonction de production agrégée), les lois d'évolution $\dot{B} = \delta B n$ et $\dot{E} = -Yz^\gamma - \theta E$, la contrainte environnementale $E^{\min} \leq E(t) \leq 0$, et la contrainte budgétaire de l'Etat (cf 17).

   - En utilisant successivement (35), (28) et (30) on a $g_{Y_i} - g_{Li} = g_Y = g_c = g_B - \frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)}$, que l'on peut décomposer : $g_{Yi} - g_{Li} = g_B - \frac{g_h}{\gamma} - \frac{\alpha g_h}{\gamma(1-\alpha)} = g_B + g_z + \alpha g_X$, en utilisant (37) et (29).
     Or la fonction de production individuelle s'écrit

     $$Y_i = L_i^{1-\alpha}\left(\sum_{j=1}^B (X_{ij})^\alpha\right) z_i = L_i^{1-\alpha} B \left(\frac{X_i}{L_i}\right)^\alpha z = L_i B \left(\frac{X}{1-n}\right)^\alpha z,$$

     en utilisant (21) et (23). Elle est bien vérifiée à l'équilibre stationnaire, puisque $g_n = 0$.
     Remarque : en sommant sur i, on obtient la fonction de production agrégée $Y = (1-n)B\left(\frac{X}{1-n}\right)^\alpha z$ qui est elle-même vérifiée puisque $g_Y = g_B + \alpha g_X + g_z$.
   - La loi d'évolution $\dot{B} = \delta B n$ est vérifiée d'après (24).
   - En utilisant (33), (28) et (32), on obtient $g_E = g_Y + \gamma g_z$: donc la loi d'évolution $\dot{E} = -Yz^\gamma - \theta E$ est vérifiée.
   - Une condition suffisante pour que la contrainte $E^{\min} \leq E(t)$ soit satisfaite est $g_E \leq 0$, c'est à dire (en utilisant (33)), $g_c - g_h \leq 0$, où g_c peut être calculé à partir de (28) et (18) : la taxe sur la pollution doit croître au moins aussi vite que la production.
   - La contrainte de budget de l'Etat s'écrit :

     $$T = \sum_i \sum_j \tau p_j X_{ij} + \sigma w n - hP = \tau p B X + \sigma w n - hP$$

On sait que $g_{BX} = g_B + g_X = g_c$ (d'après (29) et (30)), $g_{\sigma wn} = g_w = g_c$ (d'après 27), et $g_{hP} = g_h + g_P = g_c$ (d'après 33).
Puisque, d'après (34), $g_T = g_c$, cette contrainte est vérifiée. ■

Il est maintenant possible de décrire de façon plus intuitive les principaux mécanismes de l'économie à l'équilibre stationnaire. En particulier, nous pouvons identifier les effets de la taxe sur la pollution : on suppose pour simplifier que cette taxe croît à taux constant, c'est à dire $g_h > 0$.

Considérons d'abord le marché du bien final (Y). Nous savons que $g_Y = g_B + \alpha g_X + g_z$, avec $g_B = \delta n > 0$, $g_X = -g_h/\gamma(1-\alpha) < 0$, et $g_z = -g_h/\gamma < 0$. En d'autres termes, la croissance de l'économie est générée par le progrès technique, qui se manifeste ici par une augmentation du nombre B des biens intermédiaires. Cependant, cette croissance est freinée par deux mécanismes, qui sont provoqués par la taxe anti-pollution. En premier lieu, cette taxe incite les entreprises à choisir progressivement des techniques de moins en moins polluantes $(g_z < 0)$, c'est à dire des techniques de plus en plus coûteuses. En second lieu, elle amenuise progressivement la rentabilité de chaque bien intermédiaire, ce qui provoque une baisse régulière de la demande de chacun de ces biens $(g_X < 0)$. C'est essentiellement par le taux d'intérêt que la croissance de l'économie est affectée : une augmentation de g_h provoque une baisse du taux d'intérêt, car elle affecte la rentabilité des investissements ; d'où la baisse du taux de croissance.

Le fonctionnement des marchés des biens intermédiaires est, lui aussi, affecté par la taxe sur la pollution. Pour entrer sur un marché, le créateur d'un nouveau bien doit réaliser un double investissement : un investissement en travail $(w(1-\sigma)/\delta B)$ pour créer le bien, et un investissement en capital (X) pour le produire. Une fois ces investissements réalisés, l'entreprise vend progressivement de moins en moins de bien car, comme nous l'avons vu, la demande baisse. Par conséquent, l'entreprise peut vendre progressivement son capital (c'est le terme $\dot{X}_j < 0$ qui apparaît dans l'expression de $V_j(t)$) afin de l'ajuster exactement à la demande qui s'adresse à elle.

Naturellement, la taxe sur la pollution agit sur l'environnement, essentiellement par deux canaux (rappelons que $g_P = g_E = g_Y - g_h = g_Y + \gamma g_z$). D'une part, comme nous l'avons vu ci-dessus, elle freine la croissance du produit Y, et donc l'émission de pollutions. D'autre part, elle incite les entreprises à choisir des technologies de plus en plus propres, ce qui contribue à l'amélioration de l'environnement.

Finalement, le choix de cette taxe (plus précisément, le choix de son taux de croissance g_h) se heurte au dilemne suivant : une croissance rapide de la taxe améliore rapidement l'environnement mais, en retour, elle pénalise fortement la croissance de l'économie. Inversement, si la taxe augmente faiblement, la croissance est forte mais l'effet sur l'environnement devient problématique ; si la taxe augmente trop faiblement, l'incitation des entreprises à choisir des technologies propres devient insuffisante, et la croissance de l'économie provoque une détérioration progressive de l'environnement. D'où la nécessité de choisir le "bon" taux de croissance de la taxe, c'est à dire le taux de croissance optimal, et de choisir simultanément les taux de subventions τ et σ optimaux : c'est précisément le problème de l'implémentation de l'optimum.

5 Implémentation de l'optimum

On suppose que les autorités connaissent le rythme optimal auquel les techniques propres doivent être introduites dans l'économie ; en d'autres termes, elles connaissent le taux $g_z^0 = \frac{-(\epsilon+\omega)}{\gamma(1+\omega)} g_K^0$ (cf. 9) et, naturellement, elles interviennent afin que les entreprises le respectent. Par ailleurs, rappelons que, à chaque date t, le capital détenu par les entreprises du secteur des biens intermédiaires est égal au nombre total d'unités de ces biens quelles produisent ; c'est à dire $K(t) = B(t)X(t)$, ce qui implique $g_K = g_B + g_X$.

Proposition 2 *Si les autorités interviennent de telle façon que* $g_h = -\gamma g_z^0$, $\tau = 1 - \alpha$, *et* $\sigma = 1 - \frac{\delta - \frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)} - g_Y^0}{\epsilon g_Y^0 + \rho + \frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)}}$, *l'équilibre stationnaire est optimal.*

Démonstration :

Supposons $g_h = -\gamma g_z^0$. On a alors :

- $g_z^e = g_z^0$, puisque $g_z^e = -g_h/\gamma$, d'après (32) ;
- $g_X^e = g_X^0$, puisque $g_X^e = \frac{-g_h}{\gamma(1-\alpha)} = \frac{1}{1-\alpha} g_z^e$ d'après (29) et (32), et que $g_X^0 = g_K^0 - g_B^0 = \frac{1}{1-\alpha} g_z^0$, d'après (11).

Supposons $\tau = 1 - \alpha$ et $\sigma = 1 - \frac{\delta - \frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)} - g_Y^0}{\epsilon g_Y^0 + \rho + \frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)}}$, et donc $(1-\tau)(1-\sigma) = \frac{\alpha(\delta - \frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)} - g_Y^0)}{\epsilon g_Y^0 + \rho + \frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)}}$. Alors, on a nécessairement $g_Y^0 = g_Y^e$.

En effet,

$$
\begin{aligned}
g_Y^0 = g_Y^e \quad &\Leftrightarrow \quad g_Y^0 = \frac{r^e - \rho}{\epsilon} \\
&\Leftrightarrow \quad r^e = \epsilon g_Y^0 + \rho \\
&\Leftrightarrow \quad \frac{\alpha\delta + \frac{\alpha\rho}{\epsilon} - \frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)}(\alpha + (1-\tau)(1-\sigma))}{(1-\tau)(1-\sigma) + \alpha/\epsilon} = \epsilon g_Y^0 + \rho
\end{aligned}
$$

$$\Leftrightarrow \quad \alpha\delta + \frac{\alpha\rho}{\epsilon} - \frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)}(\alpha + (1-\tau)(1-\sigma))$$
$$= (1-\tau)(1-\sigma)(\epsilon g_Y^0 + \rho) + \frac{\alpha}{\epsilon}(\epsilon g_Y^0 + \rho)$$
$$\Leftrightarrow \quad (1-\tau)(1-\sigma) = \frac{\alpha\left(\delta - \frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)} - g_Y^0\right)}{\epsilon g_Y^0 + \rho + \frac{g_h}{\gamma(1-\alpha)}}$$

On en déduit immédiatement

- $g_c^e = g_c^0$, puisque $g_c^e = g_Y^e$ et $g_c^0 = g_Y^0$.
- $g_B^e = g_B^0$, puisque $g_B^e = g_c^e - g_X^e$ (d'après (29) et (30)), $g_B^0 = g_K^0 - g_X^0 = g_c^0 - g_X^0$ (d'après (9)), et $g_X^e = g_X^0$.
- $n^e = n^0$, puisque $n^e = g_B^e/\delta$ (d'après (24)) et $n^0 = g_B^0/\delta$ (d'après (10)).
- $g_P^e = g_P^0$, puisque $g_P^e = g_Y^e + \gamma g_z^e$ et $g_P^0 = g_Y^0 + \gamma g_Y^0$ (car $P = Yz^\gamma$).

D'où $g_E^e = g_E^0$, puisque $g_E^0 = g_P^0$ et $g_E^e = g_P^e$.
Enfin, puisque $\tau = 1-\alpha$, on a $X^e = X^0$. En effet,

$$X^e = \left(\frac{\alpha\gamma z^e}{p^e(1-\tau)(\gamma+1)}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}(1-n^e) = \left(\frac{\alpha\gamma z^e}{r^e(\gamma+1)}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}(1-n^e),$$

d'après (19), (21) et (22), et

$$X^0 = \frac{K^0}{B^0} = \left(\frac{\alpha\gamma z^0}{(\rho + \epsilon g_c^0)(\gamma+1)}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = X^e,$$

d'après (11).

■

Ce résultat montre que trois outils suffisent à implémenter l'optimum. Remarquons que la subvention $\tau = 1-\alpha$ est celle que l'on obtient dans les modèles standards pour corriger le pouvoir de monopole du producteur de bien intermédiaire. Le point essentiel ici est que le taux de croissance optimal de la taxe sur la pollution $g_h = -\gamma g_z^0$ est positif. Cependant, on a $g_P^e = g_Y^e + \gamma g_z^e = g_Y^e - g_h$, et donc $g_h + g_P^e = g_Y^e$: donc le montant total de la taxe sur la pollution hP_i payée par chaque entreprise croît au même rythme que la production.

6 Conclusion

Pour implémenter la trajectoire optimale obtenue par P.Aghion et P.Howitt nous avons choisi, outre les subventions à l'achat de biens intermédiaires et à la $R-D$, une taxe sur la pollution. Nous avons montré que l'optimum peut être implémenté avec une taxe dont le montant par unité de pollution émise croît à un taux constant positif. Cette taxe incite les entreprises à choisir des technologies de moins en moins polluantes : d'une part, ceci permet une amélioration progressive de l'environnement à l'état stationnaire ; d'autre part, du fait de la baisse progressive de la pollution, le produit total de la taxe croît au même rythme que la production des entreprises. Cependant, cette taxe affecte la croissance à long terme. En effet, elle affecte la profitabilité des entreprises qui émettent des pollutions et, de ce fait, elle provoque une diminution progressive de la demande de biens intermédiaires qui émane de ces entreprises. Ceci a pour effet de freiner le processus de création de nouveaux biens qui est, dans ce type de modèle, la source même de la croissance. C'est essentiellement ce dilemne entre amélioration de l'environnement et croissance de l'économie qui est résolu par le choix optimal du taux de croissance de la taxe.

On peut imaginer plusieurs extensions à cette étude. On pourrait par exemple envisager d'utiliser d'autres outils pour implémenter l'optimum, comme par exemple des marchés de droits. On pourrait aussi affiner l'analyse des choix technologiques des entreprises, en introduisant par exemple des technologies de dépollution, et peut-être un processus de recherche-développement permettant d'améliorer spécifiquement ces technologies.

Annexe

On vérifie que le modèle désagrégé présenté à la section 3 est compatible avec le modèle agrégé étudié par Aghion-Howitt.

A l'optimum, la quantité de capital indirectement utilisée par l'entreprise i pour produire Y_i (à L_i et z_i donnés) doit être minimum. Donc $X_{ij}(j = 1, \ldots B)$ doit minimiser $\sum_{j=1}^{B} X_{ij}$ sous la contrainte $Y_i = L_i^{1-\alpha}\left(\sum_{j=1}^{B} X_{ij}^{\alpha}\right) z_i$. On en déduit immédiatement $X_{ij} = X_i \forall j$. D'où $Y_i = L_i^{1-\alpha} B X_i^{\alpha} z_i$ et $X_j = \sum_{i=1}^{m} X_{ij} = \sum_i X_i = X \forall j$.

De même, à l'optimum, pour des niveaux de production Y et de pollution P donnés, le planificateur social doit choisir les vecteurs $(X_1, \ldots, X_m)$ et $(z_1, \ldots, z_m)$ qui minimisent le capital total utilisé dans l'économie $\sum_{i=1}^{m} BX_i$ sous les contraintes $Y = \sum_{i=1}^{m} L_i^{1-\alpha} B X_i^{\alpha} z_i$, $P = \sum_{i=1}^{m} L_i^{1-\alpha} B X_i^{\alpha}, \sum_{i=1}^{m} L_i = 1 - n$. On en déduit : $z_i = z \forall i$, et $\frac{L_i}{X_i} = \frac{1-n}{X} \forall i$.

D'où $P = \sum_{i=1}^{m} P_i = \sum_{i=1}^{m} Y_i z_i^{\gamma} = z^{\gamma} \sum_{i=1}^{m} P_i = P z^{\gamma}$ (cf (4)).

D'autre part, $Y_i = L_i^{1-\alpha} B X_i^{\alpha} z_i = \left(\frac{L_i}{X_i}\right)^{1-\alpha} B X_i z = \left(\frac{1-n}{X}\right)^{1-\alpha} B z X_i$. D'où

$$Y = \sum_{i=1}^{m} Y_i = \left(\frac{1-n}{X}\right)^{1-\alpha} BzX = (1-n)^{1-\alpha} z B X^{\alpha} = (1-n)^{\alpha} z B \left(\frac{K}{B}\right)^{\alpha},$$

et donc $Y = K^{\alpha}(B(1-n))^{1-\alpha} z$ (cf (1)), où $K = BX$.

Références

Aghion, P. and P. Howitt (1992) "A Model of Growth Through Creative Destruction", *Econometrica*, **60**, 323-351.

Aghion, P. and P. Howitt (1998) "Endogenous Growth Theory", The MIT Press.

Beltratti, A. (1995) "Growth with Natural and Environmental Resources", FEEM working paper 58.95, Milan.

Bovenberg, A.L. and S. Smulders (1995) "Environmental Quality and Pollution Augmenting Technological Change in a Two-Sector Endogenous Growth Model" *Journal of Public Economics*, **57**, 369-391.

Bovenberg, A.L. and S. Smulders (1996) "Transitional Impacts of Environmental Policy in an Endogenous Growth Model", *International Economic Review*, à paraître.

Brock (1979) "A Polluted Golden Age" in V.L. Smith ed. Economics of Natural and Environmental Resource, NY Cambridge University Press.

Brundtland (1987) *Our Common Future*, World Commission on Environment and Development, UK, Oxford University press.

Dasgupta, P.S. and G.M. Heal (1979) *Economic Theory and Exhaustible Resources*, UK, Oxford University Press.

Elbasha, E.H. and T.L. Roe (1996) "On Endogenous Growth : The Implications of Environmental Externalities", *Journal of Environmental Economics and Management*, **n°31**, 240-268.

Grossman, G.M. and E. Helpman (1991) "Innovation and Growth in the Global Economy", Cambridge MA, MIT Press.

Hotelling, H. (1931) "The Economics of Exhaustible Resources" *Journal of Political Economy*, **39**, 137-175.

Hung, V., P. Chang and K. Blackburn (1993) "Endogenous Growth, Environmental and R & D", FEEM working paper 23.93, Milan.

Michel, P. (1993) "Pollution and Growth Towards the Ecological Paradise", FEEM 80.93, Milan.

Michel, P. and G. Rotillon (1995) "Disutility of Pollution and Endogenous Growth", *Environmental and Resource Economics*, **Vol. 6**, 279-300.

Musu, I. (1994) "On Sustainable Endogenous Growth", FEEM Working paper 11.94, Milan.

Ricci, F. (1997) "Implementing the Optimal Policy in a Model of Growth through Vertical Innovations with Pollution", mimeo, IDEI, University of Toulouse I.

Romer, P. (1990) "Endogenous Technological Change", *Journal of Political Economy*, **98**, 71-102.

Smulders, S. (1995) "Entropy, Environment, and Endogenous Economic Growth", *International Tax and Public Finance*, **2**, 319-340.

Stiglitz, J. (1974) "Growth with Exhaustible Natural Resources : I) Efficient and Optimal Growth, II) The Competitive Economy", *Review of Economic Studies Symposium*, **Vol.40**, 123-152.

Stokey, N. (1995) "Are there Limits to Growth", University of Chicago.

Verdier, T. (1993) "Environmental Pollution and Endogenous Growth : a Comparison between Emission taxes and Technological Standards", FEEM working paper 57.93, Milan.

Xepapadeas, A. (1994) "Long-Run Growth, Environmental Pollution and Increasing Returns", FEEM working paper 67.94, Milan.