

“Cinq méprises omniprésentes en évaluation
d’investissements publics et privés”

Marcel Boyer

Cinq méprises omniprésentes en évaluation d'investissements publics et privés¹

Marcel Boyer Ph.D., O.C., MSRC
Professeur émérite de sciences économiques, Université de Montréal
Membre associé, TSE et IAST
Fellow du CIRANO et du C.D. Howe Institute

10 janvier 2017

Résumé

Malgré les développements et enseignements récents et actuels, des erreurs analytiques perdurent en évaluation de projets. Cinq méprises (ou absences de meilleures pratiques) omniprésentes résultent de ces erreurs :

1. l'utilisation du coût moyen pondéré du capital CMPC de l'entreprise pour évaluer ses investissements indépendamment des profils de risque des différents investissements;
2. l'utilisation d'un seul taux d'actualisation arrimée au risque systématique d'un projet lorsque ce projet est tributaire de sources de risques multiples;
3. l'utilisation de la VAN lorsque le gestionnaire a une certaine flexibilité dans la réalisation du projet, y compris la possibilité de modifier ou d'abandonner le projet en cours de réalisation;
4. l'utilisation du coût de financement du gouvernement pour évaluer les investissements publics indépendamment des profils de risque des différents investissements;
5. la prise en compte inadéquate du partage de risques dans les projets de partenariat public-privé.

Les trois premières méprises peuvent concerner aussi bien le secteur privé que le secteur public, alors que les deux dernières sont présentes principalement dans le secteur public bien que souvent relayées par des gestionnaires/*managers* du secteur privé. Ces méprises engendrent des pertes et destructions importantes de valeur pour les entreprises et organisations privées et publiques.

Mots-clés : Évaluation de projets, Évaluation de politiques publiques, Risques.

¹ Je tiens à remercier Éric Gravel pour ses commentaires et Molivann Panot, professionnel de recherche au CIRANO, pour ses commentaires et son aide dans la production de ce cahier de recherche.

Malgré les développements et enseignements récents et actuels, des erreurs analytiques perdurent en évaluation de projets. Cinq méprises (ou absences de meilleures pratiques) omniprésentes résultent de ces erreurs :

1. l'utilisation du coût moyen pondéré du capital CMPC de l'entreprise pour évaluer ses investissements indépendamment des profils de risque des différents investissements;
2. l'utilisation d'un seul taux d'actualisation arrimée au risque systématique d'un projet lorsque ce projet est tributaire de sources de risques multiples;
3. l'utilisation de la VAN lorsque le gestionnaire a une certaine flexibilité dans la réalisation du projet, y compris la possibilité de modifier ou d'abandonner le projet en cours de réalisation;
4. l'utilisation du coût de financement du gouvernement pour évaluer les investissements publics indépendamment des profils de risque des différents investissements;
5. la prise en compte inadéquate du partage de risques dans les projets de partenariat public-privé.

Les trois premières méprises peuvent concerner aussi bien le secteur privé que le secteur public, alors que les deux dernières sont présentes principalement dans le secteur public bien que souvent relayées par des gestionnaires/*managers* du secteur privé. Ces méprises engendrent des pertes et destructions importantes de valeur pour les entreprises et organisations privées et publiques.

Bien que le présent document traite d'un contexte d'investissement, ces cinq méprises sont également présentes à divers niveaux dans l'évaluation de plusieurs politiques gouvernementales, telles (i) la comparaison des modes PPP et conventionnel pour la réalisation de projets publics d'infrastructure, (ii) la détention d'un portefeuille de placements risqués dédié au remboursement futur de la dette publique comme alternative au remboursement immédiat de cette dette, (iii) les subventions gouvernementales directes et indirectes² aux entreprises ainsi que (iv) les prêts, les garanties d'emprunts ou les crédits d'impôts que les gouvernements sont appelés à offrir aux entreprises.

Première méprise

La première méprise est bien connue mais encore bien répandue : les entreprises qui évaluent leurs investissements en utilisant un seul facteur d'actualisation basé sur le Coût Moyen Pondéré du Capital (CMPC)³ ou toute autre mesure correspondant au coût global de financement de l'entreprise, font une erreur grave. Pour calculer correctement la Valeur Actuelle Nette (VAN) d'un projet, il faut utiliser un taux d'actualisation propre au risque systématique que représente ce projet.

Cette méprise conduit à une prise en compte biaisée du risque propre à chaque projet : les projets dont le niveau de risque est supérieur au risque moyen du portefeuille de projets de l'entreprise, ce portefeuille

² Sous forme de restrictions imposées aux mécanismes de concurrence tels les appels d'offre préférentiels et les différentes formes de gestion de l'offre, par exemple.

³ Connu aussi sous son acronyme anglais WACC pour *weighted average cost of capital*.

définissant la nature même de l'entreprise,⁴ se voient attribuer une valeur surestimée, et ceux dont le risque systématique est inférieur au risque moyen du portefeuille se voient attribuer une valeur sous-estimée. Cette méprise se traduit par un surinvestissement dans les premiers et un sous-investissement dans les seconds, entraînant ainsi une perte de valeur potentiellement importante pour l'entreprise.

Krüger, Landier et Thesmar (2015) - ou KLT - ont réalisé une analyse empirique des biais d'investissement et de la destruction de valeur créés par cette méprise. L'objectif de KLT est de montrer que cette méprise est encore omniprésente : les grandes entreprises utilisent une mesure du risque inadéquate dans l'évaluation de leurs projets d'investissements, ce qui les amène à des décisions d'investissement sous-optimales et destructrices de valeur.

Le CMPC est obtenu comme suit :

$$CMPC = \frac{D}{D + E} \times r_D + \frac{E}{D + E} \times \hat{r}_E$$

avec E et D correspondant respectivement aux valeurs des capitaux propres et de la dette, r_D au rendement de la dette après impôts pour les créanciers, \hat{r}_E au rendement espéré ou exigé des fonds propres. Selon le CAPM, $\hat{r}_E = r_f + \beta_E(\hat{r}_M - r_f)$ où r_f est le rendement sans risque, \hat{r}_M est le rendement espéré du marché, $(\hat{r}_M - r_f)$ est la prime de risque et β_E est la mesure de risque systématique des fonds propres ($\beta_E = \frac{Cov(r_E, r_M)}{Var(r_M)}$)

La méprise du CMPC (*the WACC fallacy*) vient au fait que ce taux ne mesure généralement pas correctement le risque systématique d'un projet d'investissement. Ainsi, elle mène à une répartition non optimale du capital au sein de l'entreprise. La valeur des projets relativement plus risqués aura tendance à être surestimée, tandis que les projets relativement moins à risques seront sous-estimés.

KLT montre empiriquement que les distorsions prédites, sous l'hypothèse que cette méprise est omniprésente dans les entreprises, sont effectivement observées.⁵ Les auteurs considèrent deux types d'investissements, à savoir les investissements au sein des conglomérats et les investissements en fusions et acquisitions.

⁴ General Motors n'est pas Costco et cette dernière n'est pas Bombardier. BOYER, BOYER and GARCIA, "Alleviating Coordination Problems and Regulatory Constraints through Financial Risk Management", *Quarterly Journal of Finance* 3(2), (2013) écrivent: "A firm is defined as a nexus of projects representing all real activities, such as those related to investment and production, and giving rise to a transformation possibility frontier for cash flows. This frontier is the envelope of all feasible vectors of cash flows over states of nature and time periods obtainable from all projects characterizing and identifying the firm as an economic entity. Hence, it accounts for all human, technological, contractual, legal, and other constraints facing a firm. In the short term, a firm can modify its overall distribution of cash flows over states and time periods and switch from one distribution to another within its feasibility set by changing its portfolio of projects. In the long term, a firm can modify its feasibility frontier by changing constraints underlying the transformation possibility set, generally through technological and organizational innovations such as mergers, acquisitions and divestitures, or innovation and patent initiation."

⁵ Bierman (1993) et Graham et Harvey (2001) avaient montré qu'en pratique la plupart des entreprises employaient un taux d'actualisation unique dans l'évaluation de leurs projets, à savoir le CMPC.

Dans le cas des conglomérats diversifiés, définis comme les entreprises opérant dans plus d'une industrie selon la classification FF48 de Fama et French (1997), l'échantillon analysé provient de la base de données Compustat Segment Files pour la période 1987-2007. De ces fichiers sont extraites les informations sur les dépenses d'investissement, les ventes et le montant des actifs totaux au niveau des segments d'affaires. Au sein de chaque conglomérat, les segments d'affaires sont classés par industrie. Chaque division est ainsi associée à une industrie. La division principale est définie comme celle dont le chiffre d'affaires est le plus élevé, les autres sont définies comme divisions secondaires.

Pour les investissements en fusions et acquisitions, les auteurs considèrent deux échantillons. Ceux-ci sont construits à partir de la base de données SDC Platinum Mergers and Acquisitions sur des transactions réalisées entre 1988 et 2007 pour lesquelles l'acquéreur et la cible sont des entreprises exclusivement américaines. Une transaction est considérée comme complète lorsqu'il y a prise de contrôle d'au moins 50% des actions ordinaires de la cible.

Le premier échantillon (échantillon A) comporte 6,366 acquisitions dites de diversification, c'est-à-dire que les activités principales de l'acquéreur et de la cible ne font pas partie de la même industrie FF48. Les entreprises cibles peuvent être cotées ou non en bourse. Dans l'échantillon A, les transactions portent sur des cibles dont la valeur moyenne est de 189,3M\$; seulement 12% de ces cibles sont cotées ; et seulement 3% des transactions ont été réalisées par appel d'offre public. La capitalisation moyenne de l'acquéreur est de 2 010,1M\$.

Le deuxième échantillon (échantillon B) contient 627 transactions de fusion et acquisition où l'acquéreur et la cible sont cotés et peuvent faire partie de la même industrie. Dans cet échantillon, l'acquéreur type et la cible type ont des capitalisations respectives de 11 356,2M\$ et de 1 881,5M\$.

Investissements dans les divisions secondaires

La méprise du CMPC consiste à utiliser pour les investissements dans une division secondaire le bêta de la division principale en lieu et place de son bêta, plus précisément le bêta associé à l'industrie de la division principale en lieu et place du bêta associé à l'industrie de la division.

Le coût du capital corrigé de l'effet de levier applicable à une industrie FF48 est calculé à partir des rendements mensuels des entreprises qui font partie de cette industrie. Le calcul du bêta alternatif des actifs investis dans l'industrie j (classification FF48) sans effet de levier est obtenue comme suit :

$$\beta_{j,t}^A = \frac{E_{j,t-1}}{E_{j,t-1} + D_{j,t-1}} \times \beta_{j,t}^E$$

où $E_{j,t-1}$ et $D_{j,t-1}$ correspondent respectivement à la capitalisation boursière totale et à la valeur comptable totale de l'endettement de l'industrie j au début de l'année t. Le facteur $\beta_{j,t}^E$ pour les actions de l'industrie j dans l'année t est estimé à partir des rendements sur une période mobile de 60 mois qui se termine le dernier mois de l'année t-1. Le portefeuille d'entreprises, pondéré selon la valeur de marché, provient de l'indice CRSP pondéré par la valeur pour des fenêtres mobiles de 60 mois.

Une mesure alternative pour le coût du capital de l'industrie j est également considérée. Le facteur $\beta_{i,t}^E$ appliqué aux fonds propres de la firme i est d'abord estimé sur une fenêtre mobile de 60 mois. Comme

précédemment, cette période d'observation se termine le dernier mois de l'année t-1. $\beta_{i,t}^E$ est ensuite corrigé de l'effet de levier en utilisant la structure du capital de la firme i. Enfin, le bêta alternatif pour l'industrie j est calculé comme la moyenne à pondération égale $\beta_{EW,j,t}^A$ des bêtas des firmes comprises dans cette l'industrie :

$$\beta_{EW,j,t}^A = \frac{1}{N_{j,t}} \sum_{i=1}^{N_{j,t}} \frac{E_{i,t-1}}{E_{i,t-1} + D_{i,t-1}} \times \beta_{i,t}^E$$

avec $N_{j,t}$ le nombre d'entreprises dans l'industrie j. Les bêtas obtenus pour chaque industrie sont appliqués aux divisions correspondantes des firmes.

Enfin, KLT examinent le niveau d'intégration verticale entre la division secondaire et la division principale pour tenir compte du fait que l'industrie de la division secondaire pourrait être un fournisseur ou un client important de l'industrie de la division principale. La base de données des tableaux Input-Output du Bureau of Economic Analysis (BEA) fournit les informations quant à la valeur des flux échangés pour 500 paires d'industries différentes pour les années 1987, 1992, 1997 et 2002. Ces données sont ensuite adaptées à la classification FF48 et permettent de mesurer la dépendance $v_{i,j}$ de l'industrie i (qui reçoit de j) par rapport à l'industrie j (qui approvisionne i).

$$v_{i,j} = \frac{\text{Valeur des intrants provenant de l'industrie } j}{\text{Valeur totale des intrants dans l'industrie } i}$$

L'intégration verticale V_{ij} est simplement la moyenne

$$V_{ij} = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i}).$$

Il ressort des observations un degré d'intégration moyen entre une division secondaire et sa division principale de 4.2% pour l'échantillon.

L'analyse des distorsions d'investissements passe sur une régression multivariée qui a pour objectif de tester l'hypothèse selon laquelle le niveau des investissements dans une division secondaire serait une fonction croissante de l'écart entre le coût du capital « adéquat » (celui de l'industrie associée à la division secondaire) et le coût du capital « inadéquat » (celui de l'industrie associée à la division principale). La méprise du CMPC survient lorsque le bêta de la firme β^{ref} est utilisé à la place du bêta propre à la division β^{div} dans le calcul du coût du capital pour la division.

Ainsi, si $\beta^{ref} > \beta^{div}$, alors le taux d'actualisation des flux espérés des projets de la division sera supérieur à ce qu'il devrait être, ce qui conduira à un sous-investissement dans les projets de la division. Si $\beta^{ref} < \beta^{div}$, la VAN des projets de la division sera supérieure à ce qu'elle devrait être, ce qui se traduira par un surinvestissement dans ses projets. Par conséquent, le niveau des investissements sera croissant avec l'écart des bêtas $\beta^{div} - \beta^{ref}$. L'écart des bêtas n'aurait pas ailleurs aucun impact sur les investissements dans la division si le coût du capital adéquat était pris en compte.

KLT ont testé l'hypothèse de la méprise du CMPC en réalisant une première régression univariée, qui a montré que la variable dépendante (investissements bruts dans les divisions secondaires) est une fonction

croissante significative de l'écart des bêtas ($\beta_{DIV,t-1}^A - \beta_{CORE,t-1}^A$). KLT ont ensuite ajouté comme variables explicatives des variables représentant les principaux déterminants des investissements dans les entreprises – opportunités d'investissement capturées par le ratio Q de Tobin⁶ au niveau des divisions principales et secondaires, la taille de la division et de la firme etc. Ces variables n'ont pratiquement aucune incidence sur le coefficient de l'écart des bêtas. KLT ont ensuite ajouté des variables relatives au financement externe de la firme afin de tester si la méprise du CMPC serait due à la disponibilité de capitaux internes à l'entreprise imputable aux décisions des gestionnaires. Les résultats indiquent que ce n'est pas le cas. Enfin, KLT ont voulu vérifier l'effet du degré d'intégration verticale entre la division principale et les divisions secondaires sur les résultats précédents. Ils ont montré que cette intégration n'a pas d'impact sur le lien entre les investissements et l'écart des bêtas.

Les distorsions dans l'allocation du capital entre les divisions viennent de l'utilisation d'un taux d'actualisation erroné. On peut penser que cet effet est dû à une forme de rationalité limitée de la part des gestionnaires qui d'une certaine manière se satisferaient d'une allocation des investissements inefficace certes mais nettement plus simple. KLT montrent qu'effectivement la méprise du CMPC devient moins importante et donc que la qualité de la gestion des investissements s'améliore avec le passage du temps (effet d'apprentissage), avec l'importance relative de la division secondaire, avec les écarts de coûts du capital entre les divisions secondaires d'une entreprise, ainsi qu'avec l'importance de la participation du PDG dans l'actionnariat de l'entreprise.

Fusions et acquisitions

KLT dérivent un autre ensemble de résultats relatifs à la méprise du CMPC à partir de données sur les opérations de fusion et acquisition. La méprise du CMPC prend dans ce contexte la forme suivante : l'acquéreur valorise la transaction en se servant de son propre bêta au lieu de celui de la cible. Ainsi, si le coût du capital de l'acquéreur est plus faible que celui de la cible, alors l'acquisition sera surévaluée et se fera possiblement à un prix trop élevé. Dans le cas contraire, l'acquisition sera sous-évaluée et se fera possiblement à un prix plus favorable à l'acquéreur.

L'hypothèse de la présence de la méprise du CMPC est testée comme suit. A partir de données extraites de la base de données CRSP, KLT calculent le cumul moyen des rendements anormaux consécutifs à l'annonce d'une opération de fusion et acquisition pour les titres de l'acquéreur. Pour l'échantillon A (transactions de diversification), KLT observent que le marché accueille favorablement les annonces d'acquisition en général, mais que les rendements sont moins élevés lorsque le bêta de l'industrie associé à l'acquéreur est inférieur au bêta associé à l'industrie de la cible, ce que prédit la méprise du CMPC. Pour l'échantillon B (transactions entre entreprises cotées), KLT observent que la transaction se traduit par une perte de valeur plus importante pour l'acquéreur si son bêta est plus faible que celui de la cible et moins importante si son bêta est supérieur à celui de la cible, ce que prédit la méprise du CMPC.

Les auteurs réalisent une série de régressions à partir des échantillons A et B pour tester plus rigoureusement l'effet des écarts de bêtas sur les rendements anormaux pour l'acquéreur. Le principal

⁶ *Ratio Q ou Tobin's Q* = $\frac{\text{Capitalisation Boursière}}{\text{Capitaux Propres}}$ ou $\frac{\text{Market Value}}{\text{Book Value}}$

résultat qui ressort des tests conduits à partir de l'échantillon A est à l'effet que si le bêta de l'industrie associée à l'acquéreur est inférieur à celui de l'industrie associée à la cible, l'acquéreur a tendance à surévaluer la valeur de l'investissement. Les auteurs estiment cette surévaluation à 8,9% de la valeur moyenne des entreprises cibles pour cet échantillon. Les régressions réalisées avec l'échantillon B portent sur des bêtas calculés à l'échelle de la firme plutôt que l'industrie. Ici aussi, les résultats suggèrent que les transactions pour lesquelles le bêta de l'acquéreur est inférieur à celui de la cible sont significativement destructrices de valeur pour les actionnaires ; par rapport aux transactions de diversification, il ressort que l'amplitude (coefficient) de la perte de valeur due à l'utilisation du mauvais taux augmente lorsque les transactions concernent des entreprises cotées. L'utilisation d'un taux d'actualisation erroné conduit à une surévaluation typique d'environ 9% de la valeur moyenne des entreprises cibles, un niveau similaire à celui observé pour l'échantillon A.

Conclusion

L'étude de KLT apporte un complément important aux travaux de Graham et Harvey (2001), qui avaient montré que les entreprises ont tendance à utiliser pour l'évaluation de leurs projets une prime de risque à l'échelle de la firme au lieu d'une prime de risque spécifique à un projet.

La méprise du CMPC (*WACC fallacy*) conduit dans les conglomérats à un surinvestissement dans les divisions qui présentent un bêta et donc un coût du capital supérieur à celui de la division principale de l'entreprise, plus précisément à une relation positive entre les investissements dans les divisions secondaires et la différence entre le coût du capital de la division et celui de la division principale. Ce résultat suggère qu'un nombre non négligeable d'entreprises valorisent leurs projets d'investissement avec un taux d'actualisation propre à l'entreprise dans son ensemble. Les résultats pour les fusions et acquisitions suggèrent que l'utilisation d'un coût du capital incorrect est davantage destructrice de valeur pour l'acquéreur si la cible possède un bêta supérieur au sien.

L'étude contribue à la littérature sur la finance comportementale. Les résultats de KLT suggèrent que la méprise du CMPC est fonction d'un biais dû à la rationalité limitée des gestionnaires car (i) elle a eu tendance à s'amenuiser au fil des années, une observation cohérente avec l'idée selon laquelle les gestionnaires intègrent davantage les enseignements moderne en budgétisation du capital, (ii) elle est également moins prononcée dans le cas de divisions secondaires relativement importantes au sein des conglomérats, et (iii) elle est également moins présente lorsque le PDG a une participation financière plus importante dans l'entreprise.

Deuxième méprise

La deuxième méprise est moins bien connue mais davantage présente au sein des entreprises : les entreprises qui évaluent la VAN d'un projet d'investissement à l'aide d'un taux d'actualisation unique propre à ce projet, évitant donc la première méprise, font une erreur grave lorsque le projet est en réalité tributaire de plusieurs sources de risque. Boyer et Gravel (2006) montrent que la méthode de la VAN telle

qu'utilisée et appliquée dans la plupart des entreprises et organisations pour un projet à sources de risque multiples viole deux principes fondamentaux de la création de valeur, à savoir le principe d'additivité et le principe d'absence d'arbitrage.

Le principe d'additivité affirme que la valeur d'un portefeuille de projets indépendants est égale à la somme des valeurs des projets qui le constituent. Si une séquence de flux monétaires est décomposable en plusieurs séquences composantes indépendantes, il est donc possible d'en faire l'évaluation en faisant la somme des évaluations obtenues pour ces différentes composantes.

Le principe d'absence d'arbitrage affirme que sur des marchés financiers bien développés, peuplés d'agents rationnels, les opportunités d'arbitrage, définies comme des stratégies qui sans mise de fonds initiale offrent une promesse de gain avec une probabilité nulle de perte, devraient être rares et ne pas pouvoir perdurer longtemps. Les arbitragistes, à l'affût de ces opportunités, auront tôt fait de les exploiter et les faire disparaître sitôt apparues.

Le non-respect des principes d'additivité et d'absence d'arbitrage par la VAN telle qu'usuellement appliquée est imputable principalement à l'utilisation d'un taux unique pour l'actualisation des flux financiers d'un projet à sources de risque multiples, et ce même si ce taux est corrigé pour le risque systématique propre au projet en question.

L'approche VAN-O (valeur actualisée nette optimisée), proposée et développée par Boyer et Gravel (2006), apporte une réponse aux lacunes de la VAN usuelle et permet, en présence de sources de risques multiples, de rendre le processus de choix des investissements plus efficient et bien arrimé à une véritable création de richesse.

L'étude de Boyer et Gravel (2006) montre que la prise en compte du risque systématique et donc non-diversifiable d'un projet d'investissement doit se faire par (i) la décomposition des flux monétaires en un nombre variable de composantes correspondant aux diverses sources ou types de risque présents dans le projet considéré, (ii) le calcul de la valeur actualisée de chacune des composantes ainsi obtenues à l'aide d'un taux d'actualisation approprié incluant une prime de risque spécifique à la composante considérée et (iii) la somme des valeurs présentes des diverses composantes, cette somme correspondant à la valeur du projet. Alternativement, les différentes composantes de flux monétaires peuvent être corrigées pour leur risque respectif afin d'obtenir l'équivalent certain de chacune des composantes. La valeur du projet est alors obtenue en prenant la somme des équivalents certains actualisée au taux sans risque, identique, unique et observable.

Cette approche de la VAN-O à l'évaluation d'un projet mènera à une valeur différente de la valeur obtenue par l'approche usuelle de la VAN qui actualise à un taux unique l'espérance des flux financiers associés au projet. L'approche VAN-O, qui s'appuie sur des fondements analytiques plus rigoureux, pourra dans certains cas entraîner des changements importants dans le choix des investissements.

Les trois exemples donnés ci-dessous, tirés de Boyer et Gravel (2006), montrent que la méthode usuelle de la VAN comporte des lacunes pouvant mener à des décisions d'investissement erronées et que la méthode VAN-O basée sur les principes d'additivité et d'absence d'arbitrage est plus adéquate pour des projets à sources de risque multiples, comme le sont typiquement tous les projets réels.

Exemple 1

Soit une firme qui a en $t = 0$ l'opportunité de développer un réservoir de gaz naturel. Supposons qu'à la prochaine période ($t = 1$), le réservoir considéré permettra d'extraire et de vendre x unités de gaz à un coût total égal à C . Par hypothèse, l'unique source d'incertitude est le prix du gaz de la prochaine période (P_1); si la firme décide de développer le réservoir, elle doit en extraire le gaz en $t = 1$ (aucune flexibilité opérationnelle).

Le calcul de la valeur actualisée des flux monétaires (*VAFM*) de ce projet suivant la méthode de la VAN appelle les étapes suivantes :

- Estimation de la valeur anticipée des flux monétaires nets V_1 en $t = 1$; puisque P_1 est la seule source d'incertitude, on a :

$$(1) \quad V_1 = x \cdot E_0[P_1] - C$$

- Détermination d'un taux d'actualisation r_p « approprié » pour le projet ; par exemple, en utilisant un modèle tel le modèle d'équilibre des actifs financiers à un seul facteur de risque représenté par le portefeuille de marché (MEDAF ou CAPM), on a :

$$(2) \quad r_p = r_f + \beta_p(E[r_M] - r_f)$$

où r_f , $E[r_M]$ et β_p sont respectivement le taux de rendement sans risque, le taux de rendement anticipé du portefeuille de marché et le *bêta* du projet (ou d'un projet semblable) mesurant le niveau de risque systématique du projet.

- Actualisation de la valeur anticipée des flux monétaires au taux r_p pour obtenir la valeur actualisée des flux monétaires, i.e. :

$$(3) \quad VAFM = V_1 \cdot (1 + r_p)^{-1} = (x \cdot E_0[P_1] - C) \cdot (1 + r_p)^{-1}.$$

Avec la VAN, le décideur actualise la valeur anticipée des flux monétaires nets du projet à un taux d'actualisation qui reflète à la fois le « risque » des flux monétaires et le taux de préférence temporelle.

La firme doit choisir entre le projet 1, dit à coût faible, qui permet de produire⁷ $x = 250$ *mmcf* de gaz à un coût total de $C = 150$ *K\$* et le projet 2, dit à coût élevé, qui permet de produire $x = 500$ *mmcf* de gaz à un coût de $C = 400$ *K\$*. De plus, nous supposons que :

- le prix anticipé du gaz est de $E_0[P_1] = \$1,00/mcf$;
- il existe un contrat à terme permettant d'acheter ou de vendre en $t = 1$ une unité (*mcf*) de gaz à un prix de $\$0,90 / mcf$;

⁷ Les quantités de gaz naturel se mesurent en milliers de pieds cubes (*mcf*) ou en millions de pieds cubes (*mmcf*).

- le prix observé d'un bon du trésor permettant de recevoir \$1,00 en $t = 1$ est égal à \$0,95 impliquant un taux sans risque de 5,26 %,
- la prime de risque sur le marché est égale à $(E[r_m] - r_f) = 10,67\% - 5,26\% = 5,41\%$
- le β de la firme (projet) est égal à 1,8.

Ainsi, le taux d'actualisation donné par le MEDAF (équation (2)) est de 15%. Si la firme utilise la VAN avec un taux d'actualisation de 15% pour évaluer ses projets gaziers, elle trouvera les valeurs suivantes, égales par construction :

$$(4) \quad \text{Projet 1: } VAFM = (x \cdot E_0[P_1] - C) \cdot (1 + E[r_p])^{-1} \\ = [(250 \text{ mmcf} \cdot \$1.00 / \text{mcf}) - \$150K] \cdot (1.15)^{-1} = \$86.96K$$

$$(5) \quad \text{Projet 2: } VAFM = (x \cdot E_0[P_1] - C) \cdot (1 + E[r_p])^{-1} \\ = [(500 \text{ mmcf} \cdot \$1.00 / \text{mcf}) - \$400K] \cdot (1.15)^{-1} = \$86.96K$$

Le facteur d'actualisation est défini comme suit :

$$(6) \quad FA = \frac{VAFM}{V_1}$$

Puisque les valeurs actualisées des flux monétaires (86,96\$) et les valeurs anticipées des flux monétaires (100K\$) des deux projets sont égales, on obtient un même facteur d'actualisation égal à 0,87 pour les deux projets.

En examinant (1), on constate que la valeur espérée des flux monétaires du projet peut se décomposer en deux parties soit la partie « revenus » qui est égale à $x \cdot E_0[P_1]$, et la partie « coûts » qui est égale à C .

Tel que mentionné ci haut, le principe d'additivité des valeurs veut (exige) qu'on puisse évaluer séparément chaque composante et additionner les valeurs obtenues pour déterminer la valeur globale du projet. Comparons la valeur actualisée des flux monétaires des projets 1 et 2, telles qu'obtenues ci-dessus, à leurs valeurs calculées à partir du principe d'additivité des valeurs en décomposant les flux monétaires en une composante « revenus » et une composante « coûts ».

Pour trouver la valeur de la composante « revenus », il faut déterminer la valeur d'une unité de gaz en $t = 1$. Nous savons par hypothèse qu'il existe présentement un contrat à terme permettant d'acheter ou de vendre à la prochaine période 1 *mcf* de gaz à un prix de \$0,90 / *mcf*. L'hypothèse d'absence de possibilités d'arbitrage implique qu'à la période actuelle, $t = 0$, la valeur (*VG*) de recevoir 1 *mcf* de gaz à la période prochaine, $t = 1$, devrait être égale au coût en $t = 0$ de la transaction suivante :

- acheter un contrat à terme (position longue) pour 1 *mcf* de gaz;
- acheter un (ou une fraction) bon du trésor qui garantira en $t = 1$ les fonds nécessaires à l'achat du *mcf* de gaz au prix spécifié par le contrat à terme.

Puisque la transaction ci-dessus nous permet de recevoir avec certitude 1 *mcf* de gaz en $t = 1$, la valeur VG de recevoir 1 unité de gaz en $t = 1$ devrait être égale au coût de la transaction ci-dessus qui en $t = 0$ est égale au prix de 0,90 bons du trésor:

$$VG = 0.90 \times \$0.95 = \$0.855/mcf$$

Pour sa part, en raison du fait que le coût C sera encouru avec certitude, la valeur VC de chaque unité (en \$) de la composante « coût » est égale à la valeur en $t = 0$ du déboursé en $t = 1$ de \$1 sans risque, i.e. $VC = \$0,95$. Pour les deux projets nous avons donc les valeurs V suivantes :

$$(7) \quad \text{Projet 1: } V = x.VG - C.VC \\ = (250 \text{ mmcf} \cdot \$0.855/mcf) - (150K \cdot \$0.95) = \$71.25K$$

$$(8) \quad \text{Projet 2: } V = x.VG - C.VC \\ = (500 \text{ mmcf} \cdot \$0.855/mcf) - (400K \cdot \$0.95) = \$47.5K$$

Rappelons qu'avec la VAN, le facteur d'actualisation défini par (6) était égal pour les deux projets. Cela signifie que chaque dollar de revenus nets était actualisé au même taux $r = 15\%$, soit $(1 + r)^{-1} = 0,87$. Pour ce qui est de la deuxième méthode d'évaluation, basée sur les principes d'additivité et d'absence d'arbitrage, nous pouvons définir le facteur d'actualisation comme suit :

$$(9) \quad FA = \frac{V}{V_1}$$

ce qui donne un facteur de $(1 + r)^{-1} = 0,713$ ou $r = 40,35\%$ pour le projet à coûts faibles et de $(1 + r)^{-1} = 0,475$ ou $r = 110,53\%$ pour le projet à coûts élevés. Par conséquent, pour que l'évaluation des projets 1 et 2 respecte les principes d'additivité et d'absence d'arbitrage, il faut que les revenus nets du projet 1 soient actualisés à un taux plus faible (40,35%) que celui des revenus nets du projet 2 (110,53%). Voyons pourquoi.

Pour les projets considérés, la seule source d'incertitude est le prix du gaz naturel qui a une valeur espérée de \$1,00 / *mcf*. Supposons qu'à $t = 1$, le prix du gaz peut prendre avec probabilité 0,5 chacune des valeurs suivantes: $P_1 = \$1,25/mcf$ ou $P_1 = \$0,75/mcf$ d'où $E_0[P_1] = \$1,00/mcf$. Voyons comment un niveau d'incertitude absolue de $\pm \$0,25$ pour le prix du gaz affecte les flux monétaires nets de chaque projet:

Projet 1:

$$(250 \text{ mmcf} * \$1.25/mcf) - \$150K = \$162.5K$$

$$(250 \text{ mmcf} * \$0.75/mcf) - \$150K = \$37.5K$$

Projet 2:

$$(500 \text{ mmcf} * \$1.25/mcf) - \$400K = \$225K$$

$$(500 \text{ mmcf} * \$0.75/mcf) - \$400K = -\$25K$$

Si nous calculons pour chaque projet le niveau d'incertitude absolue des flux monétaires nets, nous obtenons $\pm \$62,5K$ pour le projet 1 à coût faible et $\pm \$125K$ pour le projet 2 à coût élevé. Ainsi, pour une même valeur anticipée des flux monétaires nets ($\$100K$), la volatilité des flux monétaires nets du projet 2 est beaucoup plus grande que celle du projet 1, ce qui justifie d'utiliser un facteur d'actualisation plus faible (taux d'actualisation plus élevé) pour les flux monétaires nets du projet 2.

En effet, en supposant que l'investisseur a de l'aversion pour le risque et qu'il choisira l'alternative qui lui donne l'utilité espérée la plus grande, il préférera réaliser le projet 1. Voici pourquoi. Si $u(x)$ représente le niveau d'utilité de x dollars, l'utilité espérée des deux projets s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} u(\text{projet 1}) &= 0.5 * u(37.5) + 0.5 * u(162.5) \\ u(\text{projet 2}) &= 0.5 * u(-25.0) + 0.5 * u(225.0) \end{aligned}$$

et la différence de l'utilité espérée des deux projets se dénote :

$$u(\text{projet 1}) - u(\text{projet 2}) = 0.5 [(u(37.5) - u(-25.0)) + (u(162.5) - u(225.0))]$$

Puisque l'utilité de l'investisseur augmente avec le niveau de richesse, le terme 1 de l'expression ci-dessus est plus grand que zéro et le terme 2 est plus petit que zéro. Cependant, puisque l'investisseur a de l'aversion pour le risque, sa fonction d'utilité est strictement concave (utilité marginale décroissante), le terme 1 sera en valeur absolue plus grand que le terme 2. Par conséquent l'investisseur qui a de l'aversion pour le risque préfère le projet 1, ce qui invalide la conclusion de la VAN qui attribue la même valeur aux deux projets.

Cet exemple permet de constater que la VAN telle qu'appliquée dans beaucoup d'entreprises n'est pas en mesure de capter les différences qui existent entre deux projets ayant la même valeur espérée des flux monétaires nets mais avec des volatilités différentes. L'utilisation d'un taux d'actualisation unique pour certaines classes de projets (projets gaziers par exemple) peut conduire à des prises de décisions qui sont en définitive destructrices de valeur pour l'entreprise. Dans cet exemple, la méthode usuelle de la VAN surestime la valeur des deux projets en actualisant les coûts (extraction ou production) comme si ces coûts étaient incertains plutôt que certains.

Il est très difficile voire impossible de trouver un taux d'actualisation approprié pour chaque profil de projet permettant d'appliquer de manière cohérente la méthode usuelle de la VAN. Une méthodologie d'actualisation des flux monétaires en incertitude inspirée des principes d'additivité et d'absence d'arbitrage, la méthode VAN-O, permet de contourner ce problème en décomposant les flux monétaires des divers projets en composantes correspondant aux différentes sources de risque et en déterminant une prime de risque appropriée pour chaque composante ou source de risque. Ainsi, tous les projets sont évalués de manière cohérente à partir des mêmes primes de risque appliquées à leurs différentes composantes.

Exemple 2

L'exemple suivant inspiré de Sick (2009) permet de montrer qu'en situation d'incertitude, il est impossible de trouver, pour des flux monétaires nets à composantes de risque différentes, un taux d'actualisation approprié, unique et indépendant des différents états de la nature.

Soit une firme pouvant investir $K = \$190$ millions de dollars pour développer une mine d'or, qui lui permettrait d'extraire $Q = 1$ million d'onces d'or à un coût d'extraction de $E = \$100$ l'once. De plus, supposons que le prix de l'or est présentement égal à $S = \$300$ l'once. Pour évaluer ce projet, nous pouvons utiliser le principe d'évaluation qui veut que si nous devions entreprendre ce projet maintenant et si la mine était par la suite gérée de façon optimale, c'est-à-dire en appliquant le principe d'Hotelling pour déterminer le rythme d'extraction, alors la VAN du projet serait⁸ :

$$(10) \quad VPN = (S - E) \cdot Q - K$$

Ainsi, si la décision de développer la mine devait être prise aujourd'hui, la VAN serait égale à :

$$VPN = (300 - 100) \cdot 1\,000\,000 - 190\,000\,000 = \$10\,000\,000$$

Supposons que d'une période à l'autre, le prix de l'once d'or peut augmenter de $u = 20\%$ avec une probabilité de $\pi = 75\%$ ou diminuer de $d = 20\%$ avec une probabilité de $1 - \pi$. L'évolution du prix peut être représentée de la façon suivante (tableau 1) :

TABLEAU 1. ÉVOLUTION DU PRIX DE L'OR

0	1	2
		\$432
\$300	\$360	\$288
	\$240	\$192

Notons qu'à chaque t , le prix de l'or doit être égal à la valeur espérée du prix de la période suivante actualisé au taux d'actualisation ajusté pour le risque. Ainsi, le taux d'actualisation ajusté pour le risque sous-jacent au tableau 1 doit être $r_{or} = 10\%$, comme le veut la condition de cohérence suivante :

$$(11) \quad S = \frac{\pi(1+u)S + (1-\pi)(1-d)S}{1+r} \Rightarrow r = \pi(u + d) - d = 0.75(0.4) - 0.2 = 0.1$$

⁸ Le principe d'Hotelling affirme que la valeur actualisée de la mine est donnée par (10) sous l'hypothèse d'une opération et une gestion optimales : la valeur actualisée d'une once d'or extraite en $t = t_1$ doit, par le principe d'arbitrage, être la même que celle d'une once d'or extraite en toute autre période t . Ainsi, toute once d'or extraite dans le plan optimal d'extraction doit avoir la même valeur actualisée que la valeur $(S - E)$ de l'once d'or extraite en période présente, d'où l'expression (10).

En utilisant (10) pour déterminer la VAN de la mine, nous avons les trois possibilités suivantes pour la VAN d'un projet d'investissement à réaliser en $t = 2$: \$142M, \$-2M, \$-98M. Si nous raisonnons en termes de VAN conventionnelle, nous actualisons la valeur espérée de la mine à un taux de 10% (taux d'actualisation ajusté pour le risque de l'or puisque la seule source de risque est le prix de l'or) pour déterminer la valeur du projet en $t = 0$. Cela nous donnerait (tableau 2):

**TABLEAU 2. VALEUR ACTUALISÉE DE LA MINE EN $t = 0$ SELON LA VAN
EN UTILISANT UN TAUX D'ACTUALISATION DE 10%**

0	1	2
\$60 330 579	\$96 363 636	\$142 000 000
	\$-23 636 364	\$-2 000 000
		\$-98 000 000

Ce qui est équivalent à

$$VPN = \frac{\pi^2 * 142\,000\,000 - 2\pi(1 - \pi) * 2\,000\,000 - (1 - \pi)^2 * 98\,000\,000}{(1 + r)^2} = \$60\,330\,579$$

Si nous procédons comme dans l'exemple 1 en évaluant séparément les composantes « revenus » et « coûts » de la formule d'Hotelling, nous obtenons pour la valeur des revenus V_T donnés par le produit de la vente de 1 million d'onces d'or au prix observé en $t = 2$ (tableau 3):

TABLEAU 3. VALEUR ACTUALISÉE DE 1 MILLION D'ONCES D'OR EN $t = 2$

0	1	2
\$300 000 000	\$360 000 000	\$432 000 000
	\$240 000 000	\$288 000 000
		\$192 000 000

Par ailleurs, puisque les valeurs de l'investissement K et du coût d'extraction E sont par hypothèse connues avec certitude, nous pouvons en déterminer les valeurs actualisées en utilisant le taux sans risque que nous supposons égal à $r_f = 6\%$. Ainsi, la valeur actualisée des coûts V_c est égale à :

$$(12) \quad V_c = \frac{290\,000\,000}{(1.06)^2} = \$258\,098\,968$$

Selon le principe d'additivité des valeurs, la valeur V_{mine} en $t = 0$ de la mine d'or est égale à :

$$(13) \quad V_{mine} = V_r - V_c = \$300\,000\,000 - \$258\,098\,968 = \$41\,901\,032$$

Avec la méthode VAN, nous avons appliqué un même taux d'actualisation aux revenus et aux coûts même si les deux composantes ne représentent pas le même niveau de risque et cette procédure nous a donné une VAN de \$60 330 579. Avec la VAN-O, nous utilisons un taux d'actualisation différent pour chaque

source de risque selon la nature et le niveau (quantité) de risque encouru, déterminé en utilisant le modèle MÉDAF si ce modèle est pertinent dans le cas du problème considéré. Une fois encore, la VAN surestime la valeur du projet en actualisant les coûts (investissement et extraction) comme incertains plutôt que comme certains.

Voyons maintenant s'il est possible de trouver un taux d'actualisation unique permettant de réconcilier la VAN et la méthode VAN-O basée sur le principe d'additivité. Pour ce faire, considérons le tableau 4 où chaque entrée est égale à V_{mine} à chaque période t pour tous les états de la nature possibles (niveau du prix de l'or):

Calculons en $t = 1$ pour un prix de l'or de \$360, le taux d'actualisation nous permettant de réconcilier la VAN et le tableau 4. Nous avons :

$$\begin{aligned}
 (14) \quad \$86\,415\,094 &= \frac{0.75 * \$142\,000\,000 - 0.25 * 2\,000\,000}{1 + R} \\
 \Rightarrow R &= \frac{0.75 * \$142\,000\,000 - 0.25 * 2\,000\,000}{\$86\,415\,094} - 1 = 22.66\%
 \end{aligned}$$

En $t = 0$, on trouve :

$$\begin{aligned}
 (15) \quad \$41\,901\,032 &= \frac{0.75 * \$86\,415\,094 - 0.25 * 33\,584\,906}{1 + R} \\
 \Rightarrow R &= \frac{0.75 * \$86\,415\,094 - 0.25 * 33\,584\,906}{\$41\,901\,032} - 1 = 34.64\%
 \end{aligned}$$

TABLEAU 4. VALEUR ACTUALISÉE DE LA MINE À CHAQUE PÉRIODE, CALCULÉE SELON LA VAN-O

0	1	2
		\$142 000 000
\$41 901 032	\$86 415 094	\$-2 000 000
	\$-33 584 906	\$-98 000 000

Par conséquent, il n'existe pas de taux d'actualisation unique permettant de concilier les deux méthodes, ce qui rend difficile voire impossible l'application cohérente de la VAN pour maximiser la valeur de l'organisation.

Exemple 3

Une firme souhaite évaluer le projet suivant : investir K millions de dollars pour acquérir un actif lui permettant de produire annuellement pendant T années une quantité Q (par exemple : kWh d'électricité) à un coût unitaire constant de c . On suppose qu'une proportion w de la production est destinée à un marché où le prix est fixe (électricité patrimoniale) et égal à P^f , tandis que le surplus est écoulé sur un marché où le prix P_T est volatil. Par conséquent, à chaque t , le profit (flux monétaires nets) généré par l'actif s'écrit comme suit :

$$(16) \quad \pi_t = (w * P^f + (1 - w) * P_t - c) Q$$

L'hypothèse implicite derrière la formulation ci-dessus est qu'il est impossible d'interrompre la production même si (16) devient négatif; par ailleurs il est supposé que la firme n'a pas l'option de reporter l'investissement.

Supposons que le prix sur le marché volatil suit un mouvement Brownien géométrique (MBG) et qu'il est présentement égal à P_0 . Ainsi, le prix suit la dynamique suivante (analyse en temps continu) :

$$(17) \quad dP_t = \alpha P_t dt + \sigma P_t dz$$

où $dz = \varepsilon_t \sqrt{dt}$, avec ε_t distribué selon $N(0,1)$. α caractérise l'évolution anticipée (moyenne) du prix et σ caractérise sa variabilité ou volatilité. L'équation (17) peut être réécrite sous une forme en temps discret :

$$(18) \quad P_{t+\Delta t} - P_t = \alpha P_t \Delta t + \sigma P_t \varepsilon_t \sqrt{\Delta t}$$

où Δ représente un intervalle de temps (par exemple : $\Delta t = 1/12$ si l'intervalle est de 1 mois). (18) peut être réécrite comme suit ⁹

$$(19) \quad P_{t+\Delta t} = P_t(1 + \alpha \Delta t) + P_t(\sigma \varepsilon_t \sqrt{\Delta t})$$

Puisque ε_t est distribué selon $N(0,1)$, l'espérance mathématique au temps t du prix au temps $t + \Delta t$ est égale à :

$$(20) \quad E_t[P_{t+\Delta t}] = P_t(1 + \alpha \Delta t)$$

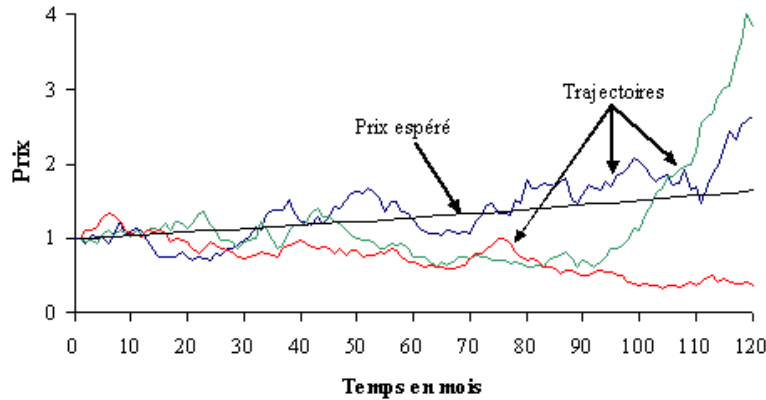
On a donc :

$$(21) \quad P_{t+\Delta t} = E_t[P_{t+\Delta t}] + P_t(\sigma \varepsilon_t \sqrt{\Delta t})$$

Le graphique 1 illustre trois exemples de trajectoires générées par l'équation (21) avec un paramètre de tendance $\alpha = 0.05$ (on anticipe que le prix augmentera en moyenne de 5% par année) et un paramètre de volatilité $\sigma = 0.25$ (c'est-à-dire une volatilité de 25% par année) avec $P_0 = \$1$ et $\Delta t = 1/12$.

⁹ Notons : dt est équivalent à dire que Δt tend vers 0

GRAPHIQUE 1. TRAJECTOIRES GÉNÉRÉES PAR UN MOUVEMENT BROWNIEN GÉOMÉTRIQUE



Pour ce qui suit, le MÉDAF est utilisé comme modèle d'équilibre pour le taux de rendement espéré r_i d'un actif (ou variable d'état) quelconque. Le MÉDAF (équation (2)) peut s'exprimer comme suit :

$$(22) \quad r_i = r_f + \frac{\rho_{im}\sigma_i}{\sigma_m} (E[r_m] - r_f)$$

où r_f , $E[r_m]$, ρ_{im} , σ_i et σ_m sont respectivement le taux de rendement sans risque, le taux de rendement espéré du portefeuille de marché, le coefficient de corrélation entre le rendement de l'actif (ou de la variable d'état) et le rendement du marché, l'écart type du rendement de l'actif et l'écart type du rendement du portefeuille de marché. Notons que $\frac{\rho_{im}\sigma_i}{\sigma_m}$ est le β_i de l'actif.¹⁰

Si le prix de marché volatil est présentement égal à P_0 et si ce prix évolue selon le processus décrit en (17), on peut démontrer qu'à la période 0, le prix anticipé de la période t est égal à :

$$(23) \quad E_0[P_t] = P_0 e^{\alpha t}$$

Dans ce cas, si la firme utilise la VAN, elle calculera la VAFM en sommant la séquence des flux monétaires nets anticipés et actualisés. Puisque le prix sur le marché volatil est la seule source d'incertitude et que son *bêta* est égal à β_P , elle utilisera r_P (déterminé par (22)) comme taux d'actualisation, ce qui donne :

$$VAFM = Q \int_0^T w P^f + (1 - w) E_0[P_t] - c) e^{-r_P t} dt$$

¹⁰ Alternativement on peut écrire le MÉDAF (22) à N facteurs comme suit, où $ER_t = r_i$ et V_i est la valeur de la firme :

$$V_i ER_i = V_i r_f + \sum_{j=1}^N V_i \beta_{ij} (ER_j - r_f) = V_i r_f + \sum_{j=1}^N \frac{Cov(cf_i, R_j)}{\sigma_j^2} (ER_j - r_f)$$

Cette expression peut également s'écrire comme suit : $V_i ER_i = V_i r_f + \sum_{j=1}^N \rho_{ij} \sigma_i \frac{(ER_j - r_f)}{\sigma_j}$ où σ_i mesure la volatilité des flux financiers de la firme, σ_j mesure la volatilité du rendement du j -ième facteur de risque, $\rho_{ij} \sigma_i$ est une mesure du risque du projet i associé au facteur j et $\frac{(ER_j - r_f)}{\sigma_j}$ est le prix du risque y correspondant. Voir Boyer, Boyer et Garcia (2013) pour une analyse de la valeur de la gestion des risques basée sur une telle approche.

$$\begin{aligned}
&= Q \int_0^T (wP^f + (1-w)P_0e^{\alpha t} - c)e^{-r_P t} dt \\
(24) \quad &= \frac{QwP^f(1-e^{-r_P T})}{r_P} + \frac{Q(1-w)P_0(1-e^{-(r_P-\alpha)T})}{r_P-\alpha} - \frac{Qc(1-e^{-r_P T})}{r_P} \\
&\quad \text{Valeur actualisée} \quad \text{Valeur actualisée} \quad \text{Valeur actualisée} \\
&\quad \text{des revenus du} \quad \text{des revenus du} \quad \text{des coûts de} \\
&\quad \text{marché à prix fixe} \quad \text{marché à prix volatil} \quad \text{production}
\end{aligned}$$

Si la firme utilise plutôt la VAN-O, elle procédera comme suit :

- désagréger la séquence des flux monétaires (16) en ses différentes composantes; dans le cas considéré, (16) se décompose en trois composantes de flux monétaires qui sont la séquence des coûts de production; la séquence des revenus sur le marché à prix fixe; et la séquence des revenus sur le marché à prix volatil.
- corriger pour le risque chacune des séquences composantes en déterminant les équivalents certains respectifs à chaque période de chacune des séquences;
- additionner à chaque période les équivalents certains des trois séquences pour obtenir l'équivalent certain des flux monétaires nets du projet à chaque moment ou période t ;
- actualiser l'équivalent certain des flux monétaires nets du projet à chaque moment ou période t au taux sans risque et faire la somme ou l'intégrale sur l'ensemble des moments ou périodes pour déterminer la valeur actualisée du projet.

Puisque les coûts seront déboursés avec certitude (par hypothèse) et que les revenus sur le marché à prix fixe seront aussi réalisés avec certitude (par hypothèse), les équivalents certains pour ces deux séquences sont respectivement, Q_C et $Q_w P^f$. Pour la séquence des revenus sur le marché à prix volatil, nous pouvons démontrer à l'aide du principe d'absence d'arbitrage (voir Hull 2003) que l'équivalent risco-neutre du processus de prix P_T a la forme suivante :

$$(25) \quad dP_t = (\alpha - \lambda_P \sigma) P_t dt + \sigma P_t dz$$

où σ et λ_P sont respectivement la volatilité et le « *market price of risk* » du processus de prix P_T , qui s'exprime comme suit :

$$(26) \quad \lambda_P = \frac{r_P - r_f}{\sigma}$$

Si nous supposons que le MÉDAF est le modèle d'équilibre pertinent pour le taux de rendement espéré, nous avons :

$$(27) \quad r_p - r_f = \frac{\rho P_m \sigma}{\sigma_m} (E[r_m] - r_f)$$

En combinant (26) et (27), on obtient :

$$(28) \quad \lambda_p = \frac{\rho P_m}{\sigma_m} (E[r_m] - r_f)$$

Ainsi, à chaque période $t > 0$, l'équivalent certain $EC_0[P_T]$ du prix P_T est donné par :

$$(29) \quad EC_0[P_T] = P_0 e^{(\alpha - \lambda_p \sigma)t} = P_0 e^{(r_f - (r_p - \alpha))t}$$

Équivalent certain des flux monétaires nets

$$VAFM = \int_0^T \left(wQP^f + (1-w)QP_0 e^{(r_f - (r_p - \alpha))t} - Qc \right) e^{-r_f t} dt$$

(30)

$$= \underbrace{\frac{wQP^f(1 - e^{-r_f T})}{r_f}}_{\text{Composante :}} + \underbrace{\frac{(1-w)QP_0(1 - e^{-(r_p - \alpha)T})}{r_p - \alpha}}_{\text{Composante :}} - \underbrace{\frac{Qc(1 - e^{-r_f T})}{r_f}}_{\text{Composante :}}$$

Composante :
revenus du
marché à prix fixe

Composante :
revenus du
marché à prix volatil

Composante :
coûts de
production

En comparant les expressions (24) et (30), on note qu'elles se différencient par le fait qu'une prime de risque est appliquée par la méthode usuelle de la VAN aux coûts de production et aux revenus du marché à prix fixe même si ces derniers sont tous les deux certains.

Application aux investissements publics

Les leçons dérivées des exemples précédents peuvent également s'appliquer aux analyses coûts-bénéfices du secteur public. En effet, dans une étude préparée pour le Commissariat Général du Plan (CGP), Gollier (2007) démontre à l'aide d'un modèle d'optimisation inter-temporel en incertitude, le bien-fondé de la méthodologie dans un contexte de maximisation de la richesse collective.

Le texte de Gollier s'inscrit dans le processus de révision par le CGP du taux d'actualisation utilisé pour l'évaluation de projets publics en France. Le document fournit une réponse au débat entourant la détermination d'un taux unique d'actualisation applicable à un éventail de projets de niveaux de risques différents. L'auteur propose un taux d'actualisation unique (taux reflétant la préférence temporelle) mais appliqué à des flux monétaires préalablement ajustés pour le risque (équivalents certains).

L'objectif de Gollier est aussi de proposer une méthodologie d'évaluation de projets à des décideurs du secteur public qui doivent souvent concilier des intérêts conflictuels. L'emphase est mise sur le développement d'une méthodologie rigoureuse et cohérente avec la maximisation du bien-être collectif et qui évite la tentation des ajustements ad-hoc.

En prenant l'exemple du développement durable, on démontre qu'il est possible avec ce modèle de fournir une réponse aux inquiétudes que suscite le calcul économique chez les défenseurs de projets à bénéfices éloignés dans le temps, notamment les projets de développement durable et les projets liés aux changements climatiques. Selon l'auteur, la réponse se trouve dans la détermination du taux de préférence temporelle qui « *...reflète l'effort que la société est prête à fournir afin d'améliorer le bien-être futur...* ». Gollier montre que le taux d'actualisation socialement efficace se décompose en trois composantes:

- le taux de préférence pur pour le présent, qui a un rôle analogue au taux sans risque constant utilisé dans nos exemples;
- l'effet richesse qui augmente la valeur d'un dollar aujourd'hui si les agents anticipent une hausse future de la richesse; il conviendra alors d'utiliser un taux d'actualisation plus élevé pour les périodes éloignées;
- l'effet incertitude ou l'effet précaution qui augmente la valeur d'un dollar demain d'autant plus que l'incertitude macroéconomique sur l'avenir est grande (équivalent certain de la richesse future plus faible); il conviendra alors d'utiliser un taux d'actualisation plus faible pour les périodes éloignées.

Tel que mentionné, le taux de préférence temporelle reflète l'effort que nous sommes prêts à fournir aujourd'hui pour le bien-être des générations futures et rien ne contraint ce taux à être constant. Le niveau du taux de préférence temporelle dépendra de la richesse anticipée des générations futures et du niveau d'incertitude entourant cette richesse. Par conséquent, la structure à terme de ce taux n'est pas nécessairement plate. En effet, si on anticipe que la croissance de la richesse diminuera dans le temps ou que l'incertitude entourant cette croissance augmentera, le taux de préférence temporelle sera une fonction décroissante du temps.

L'erreur d'Infrastructure Ontario

L'utilisation optimale des ressources est l'approche utilisée par Infrastructure Ontario (IO) pour évaluer et comparer le coût d'un projet réalisé par le secteur public et le coût du même projet réalisé par le secteur privé. Cette approche est en partie fondamentalement erronée. Elle est susceptible d'entraîner d'importantes pertes de valeur pour les contribuables. Considérons 4 problèmes majeurs dans cette approche.

Selon le Guide « *Assessing Value for Money* » (2007) d'IO, les coûts de financement totaux du secteur privé – au titre du modèle de diversification des modes de financement et d'approvisionnement (DMFA) ou « *Alternative Financing and Procurement* » – sont généralement plus élevés que les coûts de financement du secteur public, puisque le secteur privé emprunte à un taux supérieur à celui de la province. Selon IO, il s'agit là d'une critique importante de la DMFA. Comme nous le montrons ci-dessous (quatrième

méprise), le coût d'emprunt du secteur public cache un autre coût, à savoir le coût de la police d'assurance ou de l'option financière implicitement octroyée ou consentie par les contribuables à leur gouvernement lui permettant d'exiger des fonds additionnels (taxes et impôts) de leur part le cas échéant pour compenser et rembourser les prêteurs. Par conséquent, la méthode d'évaluation suivie par IO conduira généralement à des décisions erronées et potentiellement destructrices de valeur. Nous y reviendrons.

Le *Guide* affirme également que le taux d'actualisation retenu devrait correspondre à l'incertitude inhérente aux flux financiers et qu'on pourrait plaider sur cette base en faveur d'un taux d'actualisation des coûts plus élevé (taux sans risque majoré d'une prime de risque) si les coûts étaient plus risqués. Cependant, toujours selon IO, cela conduirait à un résultat paradoxal ou contre-intuitif, à savoir qu'un projet serait d'autant moins coûteux en dollars actualisés que ses coûts futurs sont plus risqués et donc plus fortement escomptés. Une méthode appropriée selon IO pour éviter ce résultat est de quantifier les risques grâce à une évaluation globale des risques et d'augmenter les coûts estimés du projet du montant des risques ainsi quantifiés.

Cette façon de procéder est incorrecte et conduira généralement à des décisions erronées. Il est peut-être paradoxal et contre-intuitif qu'un projet dont les coûts futurs sont plus risqués – et donc plus faibles en valeur actualisée – ait une valeur plus élevée, mais ce résultat est néanmoins correct, pour autant que le niveau de risque systémique des coûts soit correctement mesuré. En effet, si les coûts sont systématiquement plus risqués, cela signifie qu'ils seront plus élevés lorsque les rendements du marché sont élevés et plus faibles lorsque ces rendements sont faibles. Cela augmente la valeur du projet et ne doit pas conduire à des manipulations (« évaluation globale des risques » dans le jargon d'IO) afin « d'éviter ce résultat » considéré paradoxal.

Une troisième lacune méthodologique dans l'approche d'IO est d'appliquer le même taux d'actualisation (taux sans risque) à tous les projets réalisés par le secteur public. Comme nous l'avons montré, l'utilisation d'un taux d'actualisation unique pourrait s'avérer une source de destruction de valeur dans la mesure où certains projets sont tributaires de plusieurs sources de risques. Ainsi, certains projets rentables (VAN positive) seront rejetés et certains projets non-rentables (VAN négative) seront acceptés.

Enfin, l'approche d'IO invoque le pouvoir pratiquement illimité de taxation de la Couronne pour justifier un taux d'actualisation sans risque puisque les emprunts de l'État sont considérés comme sans risque. Ces emprunts sont peut-être considérés sans risque par les prêteurs, mais certainement pas par les contribuables qui seront appelés à payer la facture si les projets publics s'avèrent être moins rentables que prévus. Nous montrerons ci-dessous (quatrième méprise) que l'utilisation du taux sans risque comme taux d'actualisation pour les projets publics est aussi erronée.

Conclusion

La méthode de la valeur actualisée nette VAN telle qu'utilisée couramment dans les entreprises privées et publiques viole plusieurs principes de la création de valeur. Ainsi, une application systématique de cette méthode dans l'évaluation et le choix de projets amènera les gestionnaires d'entreprise à commettre deux types d'erreur : d'abord, à accepter des projets qui réduiront la valeur de l'entreprise et à l'inverse à rejeter

des projets qui augmenteraient cette valeur; ensuite, à faire le mauvais choix de projet en présence de projets mutuellement exclusifs.

En présence de multiples sources de risque différentes les unes des autres, la méthode usuelle de la VAN ne respecte ni le principe d'additivité ni le principe d'absence d'arbitrage, qui sont pourtant les fondements mêmes de la finance moderne. Il faut alors utiliser la VAN-O.

Troisième méprise

Lorsque les gestionnaires responsables de la réalisation d'un projet disposent d'une certaine flexibilité de décisions quant au développement, à la réalisation, à la poursuite et/ou l'avenir d'un projet dans un contexte variable et volatil, la méthodologie de la VAN traditionnelle doit être remplacée par celle de la valeur options réelles (VOR), qui tient compte de cette flexibilité de gestion.

Dans la VAN traditionnelle, il est implicitement supposé que les projets seront menés à terme et que les actifs créés pour la durée de vie du projet seront détenus de manière passive par l'entreprise ou l'organisation qui investit dans ce projet. Cela revient à dire que la valeur de la gestion active est négligée par la VAN.

Or les gestionnaires doivent naturellement se montrer réactifs et opérer les ajustements nécessaires par rapport aux événements, développements futurs des marchés et changements dans l'intensité de la concurrence. La méthodologie de la VAN entre alors en contradiction avec les attentes quant aux comportements des gestionnaires.

Pour un investissement stratégique, la présence d'un certain niveau de flexibilité managériale confère à cet investissement les caractéristiques d'un portefeuille d'options réelles exerçables par les gestionnaires responsables au moment opportun. Bien que de nature plus complexe que les options financières, l'évaluation de ces options peut se faire selon une méthodologie similaire. Ne pas tenir compte de ces options a pour conséquence de biaiser, généralement à la baisse, la valeur des projets.

Les options réelles sont notamment développées dans l'ouvrage de Dixit et Pindyck (1994) et la valeur option réelle (VOR) par Chevalier-Roignant et Trigeorgis (2011). Les travaux de Boyer, Christoffersen, Lasserre et Pavlov (2003), Boyer et Gravel (2012a, 2012b), Boyer, Gravel et Lasserre (2013) apportent des développements complémentaires au sujet.

Le cas fictif ORBECAN présenté ci-dessous permet d'illustrer le fait qu'à défaut de prendre en compte les options réelles typiquement présentes dans un projet, sa valorisation est parsemée d'erreurs. Dans le cas d'investissements mutuellement exclusifs, le projet moins rentable pourrait être choisi si la flexibilité relative des deux projets n'est pas adéquatement prise en compte.

Le cas ORBECAN

ORBECAN est une entreprise en démarrage dans l'industrie du logiciel. Pour lancer son nouveau produit, l'entreprise doit investir 4M\$ maintenant pour le développer (coût de développement), et 14M\$ supplémentaires dans 2 ans pour le lancer (coût de lancement). La valeur de l'entreprise dans 2 ans est estimée à 18M\$ par les dirigeants de l'entreprise. Le taux d'actualisation retenu est de 21% (coût du capital ajusté pour le risque systématique du projet).

Considérant ces paramètres, l'application usuelle de la méthode de la Valeur Actualisée Nette (VAN ou VPN) comme critère de décision donne une valeur pour l'entreprise au temps 0 de

$$VPN = -4 - 14e^{-0.21 \times 2} + 18e^{-0.21 \times 2} = -1.37 \text{ M\$ soit une valeur négative.}$$

En procédant ainsi, le projet est évalué en bloc comme si un contrat avait été signé entre ORBECAN et une tierce partie pour la réalisation complète du projet.

Par contre, si après deux ans, la valeur de la compagnie est inférieure à 14M\$ (*coût de lancement*), ORBECAN pourrait ne pas réaliser le lancement (flexibilité). Dans ce cas, en investissant 4M\$ (*coût de développement*) aujourd'hui, ORBECAN acquiert le droit, mais non l'obligation de lancer le produit dans 2 ans pour 14M\$ supplémentaires. Si V_2 (*valeur marchande*) représente la valeur de la firme dans deux ans, le «payoff» de l'option d'investir est égal à

$$\max\{V_2 - CL, 0\} \text{ avec } E_0[V_2] = V_0 e^{\mu \times T} = V_0 e^{0.21 \times 2} = 18 \text{ M\$}$$

V_2 dépend par hypothèse de ce que sera la taille du marché à l'instant $t=2$ et la part de ce marché que la firme peut acquérir avec son produit, deux variables fort incertaines. Cette situation s'apparente à un problème d'évaluation d'une option européenne.

Le coût de l'option est de 4M\$, son prix d'exercice est de 14M\$ et l'actif sous-jacent est la valeur de la firme dont l'espérance est de 18M\$, la valeur en $t=0$ est donc $V_0 = E_0[V_2]e^{-0.21 \times 2} = 11.82 \text{ M\$}$. En supposant le taux de croissance (μ) et la volatilité du sous-jacent (σ) respectivement de 21% et 50%, suivant la méthode de Black et Scholes (1973), l'évaluation de l'option d'investir dans deux ans est :

$$V_0 N(d_1) - CL e^{-\mu \times T} N(d_2)$$

avec

$N(x)$ la fonction de densité cumulative normale pour une variable qui suit une distribution normale avec une moyenne de zéro et un écart-type de 1 (probabilité qu'une variable Normale (0,1) soit inférieure à x),

$$d_1 = \frac{\log(V_0/CL) + \left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = \frac{\log(11.82/14) + \left(0.21 + \frac{0.5^2}{2}\right)2}{0.5\sqrt{2}},$$

$$d_2 = \frac{\log(V_0/CL) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = \frac{\log(11.82/14) + \left(0.21 - \frac{0.5^2}{2}\right)2}{0.5\sqrt{2}}$$

La valeur de l'option de lancer le produit est donc égale à

$$V_0N(d_1) - CL e^{-\mu \times T} N(d_2) = 11.82N(d_1) - 14e^{-0.21 \times 2} N(d_2) = 4.39M\$$$

Avec un coût pour l'option de 4M\$, la valeur du projet est donc positive et égale à 0.39M\$.

Si le critère de la VAN avait été utilisé pour prendre la décision d'investir ou non, ORBECAN n'aurait pas investi et aurait renoncé à une opportunité de valeur positive. L'approche des options réelles tient compte de la flexibilité qui permet à un gestionnaire d'éviter de dépenser des sommes irrécupérables dans un contexte défavorable. Dans le cas présent, la valeur de cette flexibilité managériale est la différence entre la valeur du projet incluant la flexibilité managériale et la valeur calculée en bloc par la VAN :

$$(0.39M\$ - (-1.37M\$)) = 1.76M\$.$$

Pour le cas étudié ci-haut, on obtient une solution sous une forme analytique. Par contre, dans certains cas, la simulation Monte-Carlo devient la seule méthode de solution. Si $i^{ième}$ tirage, on a, avec OS la valeur calculée par simulation et N le nombre de tirages :

$$OS = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{Max}\{V_2 - CL, 0\} e^{-\mu \times T}.$$

La flexibilité de choisir la date de lancement

Jusqu'ici, nous avons supposé qu'ORBECAN devait prendre la décision de lancer ou non le produit dès que le développement est terminé. Il est néanmoins aussi possible que la firme puisse repousser le lancement et choisir une date ultérieure, ce qui donnerait une valeur présente plus élevée. Dans cette situation, en dépensant le 4M\$, ORBECAN achète l'option de lancer le produit à une date choisie après la période de développement. La nouvelle règle de décision est de lancer le produit lorsque la valeur V_t aura atteint un seuil critique de V^* déterminé par l'approche des options réelles pour maximiser la valeur présente de l'entreprise. Avant que cette valeur soit atteinte, ORBECAN doit attendre patiemment.

Quel est l'effet de cette flexibilité sur la valeur du projet. Faisons l'hypothèse que la firme verse un dividende δ égal à 10% de sa valeur. En supposant que le taux de rendement exigé reste constant à 21%, à l'équilibre, le taux de croissance anticipé $\mu_1 - \delta$ de la valeur de la firme est donc de 11%. Les autres paramètres du cas de base restent les mêmes.

Sans contrainte de temps, c'est-à-dire pour le cas où les dirigeants disposent d'une flexibilité totale pour choisir la date de lancement, la valeur actuelle de l'option d'investir est donnée par la formule suivante [Le lecteur intéressé par les démonstrations mathématiques de l'ensemble de ces expressions pourra se

référer au tome 2 de la monographie CIRANO de Boyer, M. *Méthodes Avancées d'Évaluation d'Investissements / Advanced Methods of Investments Evaluation* (à paraître en janvier 2017). Ces formules sont présentées en détail dans les annexes A et D, situées en fin de l'ouvrage] :

$$VFT = e^{-\mu * T} \left[AV_0^{\beta_1} e^{\beta_1 \left(\left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T + \beta_1 \sigma^2 T \right)} * (1 - N(d_3)) + V_0 e^{\mu T} N(d_4) - CLN(d_5) \right]$$

$$= e^{-0.21 * 2} \left[A * 11.82 \beta_1 * e^{\beta_1 \left(\left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T + \beta_1 \sigma^2 T \right)} * (1 - N(d_3)) + 18 * N(d_4) - 14 * (d_5) \right] = 9.85M\$$$

avec

$$\beta_1 = \frac{1}{2} - \frac{(\mu - \delta)}{\sigma^2} + \sqrt{\left[\frac{(\mu - \delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right]^2 + \frac{2\mu}{\sigma^2}}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{(0.21 - 0.1)}{0.5^2} + \sqrt{\left[\frac{(0.21 - 0.1)}{0.5^2} - \frac{1}{2} \right]^2 + \frac{2 * 0.21}{0.5^2}} = 1.3575$$

$$A = \frac{(\beta_1 - 1)^{\beta_1 - 1}}{\beta_1^{\beta_1} CL^{\beta_1 - 1}} = 0.1780$$

$$V^* = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} CL = 53.15M\$$$

$$d_3 = \frac{\beta_1 \sigma^2 T + \log\left(\frac{V_0}{V^*}\right) + \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2\right) T}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d_4 = \frac{\log\left(\frac{V_0}{V^*}\right) + \left(\mu + \frac{1}{2} \sigma^2\right) T}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d_5 = \frac{\log\left(\frac{V_0}{V^*}\right) + \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2\right) T}{\sigma \sqrt{T}}$$

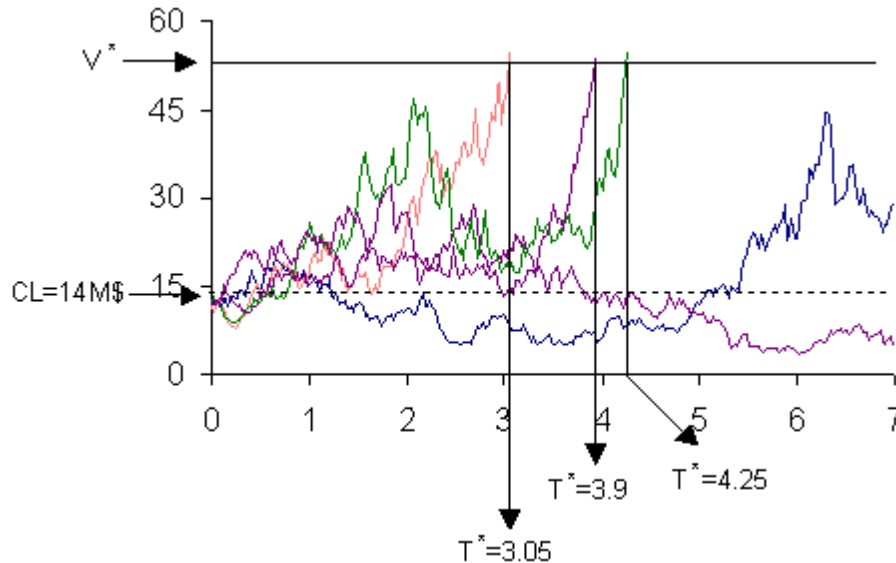
La valeur nette du projet est maintenant égale à 5.85M\$ (9.85M\$-4M\$) et le produit sera lancé quand la valeur du projet aura atteint le seuil critique de 53.15M\$. La valeur de la flexibilité est donc égale à

$$5.85M\$ - (-1.37M\$) = 7.22M\$,$$

une différence de 5.46M\$ (5.85M\$ - 0.39M\$) par rapport au cas précédent, correspondant à la différence entre la valeur de la flexibilité de choisir la meilleure date de lancement T^* par rapport à la flexibilité plus faible de devoir lancer ou non le projet en $t=2$.

La date de lancement est toujours incertaine, elle dépend de la vitesse à laquelle V_t atteindra V^* . Ce phénomène est illustré à la figure 1 avec un échantillon de cinq réalisations aléatoires possibles de la valeur du projet (avec les paramètres de l'exemple). Pour trois des cinq réalisations, la valeur critique V^* est atteinte avant 5 ans et pour les deux autres, au moins sept ans passeraient avant le lancement

FIGURE 1. EXERCICE DE L'OPTION DE LANCEMENT SANS ECHEANCE



Les dirigeants d'ORBECAN doivent donc effectuer une mise à jour fréquente de la valeur du projet et agir au moment où cette valeur atteint V^* . Le coût des revenus sacrifiés pendant l'attente doit être comparé au bénéfice d'attendre une valeur plus élevée permettant de réduire la probabilité de se retrouver dans une situation fâcheuse ex-post.

Une fenêtre d'investissement contrainte

Dans la situation précédente, l'entreprise peut repousser le lancement du produit indéfiniment. Cependant, après l'étape de développement, il est possible qu'ORBECAN soit contraint d'agir avant une date d'échéance prédéterminée, une fois le développement terminé, T_E qui peut dépendre de contraintes réglementaires ou de caractéristiques propres au produit. Par conséquent, entre la fin du développement et la date limite de lancement, la firme doit choisir la date d'action qui donne la valeur présente la plus élevée (maximale).

Semblable au cas précédent, la règle de décision optimale s'exprime en fonction d'un seuil critique variable $V^*(T_E - t)$ qui dépend du temps restant avant l'échéance de l'opportunité de lancement. Si à un moment donné $V_t \geq V^*(T_E - t)$, ORBECAN lancera le produit.

En supposant que $T_E = 3$ et que les autres paramètres du cas de base restent inchangés¹¹, avec une contrainte de temps, la valeur actuelle de l'option d'investir est maintenant égale à :

$$VFC = e^{-\mu^*T} \left[\int_0^{V^*(T)} \frac{F_L(V, T)}{V\sigma\sqrt{2\pi T}} e^{-\frac{(\log(\frac{V}{V_0}) - (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)T)^2}{2\sigma^2 T}} dV + V_0 e^{\mu T} N(d_6) - CLN(d_7) \right]$$

$$= e^{-0.21 \times 2} \left[\int_0^{V^*(T)} \frac{F_L(V, T)}{V\sigma\sqrt{2\pi T}} e^{-\frac{(\log(\frac{V}{V_0}) - (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)T)^2}{2\sigma^2 T}} dV + 18N(d_6) - 14N(d_7) \right] = 5.67M\$$$

Avec

$$V^*(T = 2) = 46.95M\$$$

$$d_6 = \frac{\log\left(\frac{V_0}{V^*(T)}\right) + \left(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_7 = \frac{\log\left(\frac{V_0}{V^*(T)}\right) + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

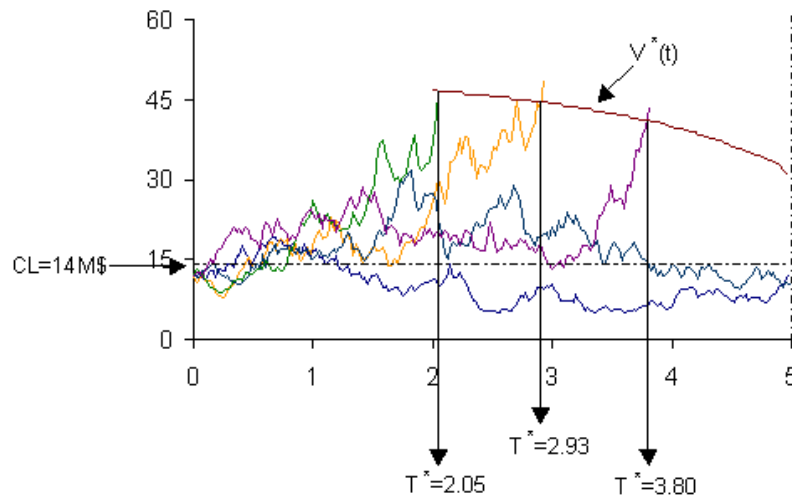
Pour leur part, les fonctions $F_L(V, T)$ et $V^*(T)$ représentent, respectivement, la valeur de l'option de lancer le produit et le seuil optimal de la valeur de l'investissement une fois le développement terminé. Avec une contrainte de temps pour le lancement, il est impossible d'obtenir $F_L(V, T)$ et $V^*(T)$ sous forme analytique, il faut donc procéder numériquement.

La valeur du projet dans ce cas est égale à 1.67M\$ (5.67M\$-4M\$) et la valeur de la flexibilité est de 3.04M\$ (1.67M\$ - (-1.37M\$)). Comme dans le cas précédent, la date de lancement est toujours incertaine, elle dépend de la vitesse à laquelle V_t atteindra $V^*(t)$ pour $t \in [T, T + T_E]$.

Avec les mêmes cinq réalisations qu'à la figure 1, la figure 2 illustre cinq décisions de lancement. Dans trois cas, il est optimal de lancer le produit et dans les deux autres cas, il vaut mieux laisser passer l'opportunité.

¹¹ La contrainte est relative au cas où ORBECAN a l'option d'attendre indéfiniment.

FIGURE 2. EXERCICE DE L'OPTION DE LANCEMENT AVEC ÉCHÉANCE DE TROIS ANS



Une fenêtre d'investissement contrainte limite la flexibilité du gestionnaire. En plus des revenus sacrifiés à l'attente, le danger de laisser échoir une opportunité rentable doit être pris en compte dans l'analyse coût/bénéfices d'attendre.

Conclusion

Les leçons à retenir de cet exemple est que la flexibilité de gestion ajoute de la valeur au projet :

- Si on ne tient pas compte de cette flexibilité dans les projets, certains investissements peuvent être rejetés ($VPN \text{ standard} < 0$) même s'ils sont générateurs de valeur ($VOR > 0$);
- Si deux projets sont mutuellement exclusifs, un mauvais choix peut être fait si on ne tient pas compte de leur flexibilité relative.

Quatrième méprise

On entend fréquemment l'affirmation selon laquelle les gouvernements ont un avantage important sur les entreprises privées dans la réalisation d'un projet donné car ils peuvent emprunter à des taux d'intérêt plus faibles ou l'affirmation à l'effet que le secteur privé est mieux placé pour gérer les coûts et respecter les échéanciers, mais qu'il est désavantagé dans le financement des projets. Ainsi, on affirme qu'avec un taux d'intérêt sur emprunts plus faible, les gouvernements seraient en mesure de produire un bien ou un service à un coût moins élevé que ne pourrait le faire le secteur privé.

Boyer, Gravel et Mokbel (2013) montrent qu'il s'agit là d'une confusion fatale entre d'une part le coût de financement et d'autre part le coût du capital sur lequel repose le taux d'actualisation. Associer taux d'emprunt du secteur public et taux d'actualisation pour ce secteur procède d'une prise en compte

partielle du coût des fonds publics. C'est une erreur analytique importante souvent répétée tant dans le secteur gouvernemental que dans le secteur privé et le milieu académique.¹²

Le secteur public peut généralement emprunter à des taux plus faibles que le secteur privé. Pourquoi ? En supposant que le projet considéré est le même pour le public et le privé (même investissement, même technologie, mêmes risques), pourquoi le gouvernement serait-il en mesure de pouvoir financer le projet à de meilleures conditions que le privé ?

La réponse : contrairement au secteur privé, le gouvernement a la capacité de lever au besoin des taxes et impôts auprès des contribuables pour honorer ses promesses de remboursement en cas d'échec de ses projets, qu'il s'agisse de dépassement des coûts ou de bénéfices moins importants que prévus. Le pouvoir de taxation du gouvernement est en quelque sorte une option financière ou une police d'assurance souscrite auprès des contribuables. Considérant cette garantie de remboursement de l'emprunt, les pourvoyeurs de fonds n'exigeront qu'une faible prime de risque quel que soit le projet.

La liquidité relative des titres obligataires entre aussi en ligne de compte pour expliquer la différence des taux, mais cette liquidité est directement liée à cette option implicite dont bénéficie le gouvernement. Les taux de divers titres garantis par le gouvernement peuvent également différer du taux gouvernemental en raison des coûts de transaction anticipés pour faire valider cette garantie. Mais il s'agit là essentiellement de considérations transactionnelles. Ce qui est primordial, c'est de distinguer la problématique d'évaluation de celle du financement, avec une réelle prise en compte des risques, que le promoteur du projet soit public ou privé.

En demandant sa prime de risque, le prêteur s'intéresse davantage à la probabilité de défaut et à la perte anticipée en cas de défaut (ainsi que du risque systémique associé à ces deux paramètres) que de savoir si le promoteur du projet fait partie du secteur public ou du secteur privé. Il s'intéresse indirectement à l'identité du promoteur dans la mesure où le promoteur public bénéficie de cet avantage par rapport au promoteur privé de pouvoir souscrire une assurance auprès des contribuables. Cette possibilité de transférer aux contribuables le risque d'échec du projet implique pour le prêteur une prime de risque nulle. Le secteur privé, qui lui ne dispose pas de cette option, se verra demander des taux plus élevés.

Le secteur public peut se servir de son pouvoir d'augmenter les taxes et impôts et ainsi se faire indemniser par son assureur qu'est le contribuable, ou de son pouvoir d'effectuer des coupures dans la qualité et/ou la quantité des services publics afin de rembourser son emprunt en cas d'échec du projet. Du point de vue du contribuable, le fait qu'il puisse se voir demander par l'État d'augmenter ses contributions représente un coût, qui bien que réel, n'est généralement pas comptabilisé. Ce coût représente la valeur de l'option financière qui confère au gouvernement le droit de ponctionner davantage le contribuable si le projet s'avère non rentable.

¹² Un exemple éloquent est rapporté par Christina Pazzanese dans « Our Crumbling Infrastructure », *Harvard Gazette*, 6 janvier 2017. Elle écrit : « Some observers, like the New York Times columnist Paul Krugman, a liberal economist, have criticized Trump's private investment strategy as ... unnecessary, given the government's unmatched ability to borrow money on the cheap. »

L'existence de cette police d'assurance ou option financière que détient l'État explique le différentiel de coût de financement par rapport au privé. Si ce dernier pouvait également bénéficier de cette option, c'est-à-dire si les citoyens octroyaient au promoteur privé le droit et le pouvoir de leur demander des contributions additionnelles en cas de difficulté, les taux de financement pour le privé et le public seraient similaires.

De ce fait, le raisonnement qui soutient que le gouvernement peut financer un projet à un taux moins élevé par rapport au privé ne tient pas. Malheureusement, ce raisonnement est toujours présent dans les débats sur les investissements publics, en particulier pour les grands projets d'infrastructure (viaducs, routes, hôpitaux). Bien que les emprunts du gouvernement ne soient pas nécessairement reliés au financement d'un projet particulier, il n'en reste pas moins que cette garantie ou assurance implicite des citoyens contribuables est toujours présente quel que soit le projet considéré. Cette garantie permet au gouvernement d'offrir une transaction essentiellement sans risque pour les prêteurs, mais pas pour les contribuables.

Considérant le fait qu'il n'y a pas de différence significative à ce niveau entre le coût du capital du secteur public et celui du secteur privé, le risque systématique inhérent à un projet d'investissement ne devrait donc pas faire l'objet d'un traitement différent selon que le projet est porté par l'un ou par l'autre.¹³

Pour les mêmes raisons, on peut questionner le bien-fondé des programmes gouvernementaux de subventions, de prêt et des garanties de prêt offerts à des entreprises privées qui reposeraient sur ce raisonnement d'un coût de financement gouvernemental inférieur à celui du secteur privé. On peut aussi s'interroger sur le bien-fondé d'un choix d'un gouvernement de détenir un portefeuille de placements risqués promis au remboursement de la dette publique plutôt que de rembourser simplement cette dette, dans l'espérance d'obtenir une possible plus-value à long terme générée par le différentiel entre le coût du financement gouvernemental et le rendement anticipé dudit portefeuille, un argumentaire repris notamment par le Fonds des générations du Québec.

Une façon transparente de procéder dans le cadre de ces programmes serait de les mettre aux enchères afin de transférer à un consortium financier privé, local ou international, la responsabilité d'honorer la subvention, le prêt ou la garantie de prêt – en assumer les déboursés et profiter des remboursements aux niveaux et conditions déterminés par le gouvernement – en échange d'une prime payée par le gouvernement. Les taux et conditions liés à ces programmes d'aides et/ou de subventions étant naturellement plus favorables pour les entreprises par rapport à un financement sur les marchés financiers, cette prime représentera la compensation exigée par les consortiums appelés à prendre en charge les engagements du gouvernement. Du point de vue gouvernemental, la meilleure prime qui ressortirait de l'enchère constituerait la meilleure estimation du coût public du programme, soit la

¹³ Un autre facteur sous-jacent au coût des fonds publics est l'ensemble des distorsions dans l'allocation des ressources que cause la levée de fonds publics par l'intermédiaire de la taxation. Il y a une vaste littérature sur ce sujet complexe. Nous avons considéré le coût de ces distorsions dans notre article Boyer et Laffont (1997), ainsi que dans notre article Boyer et Porrini (2004). Pour une présentation simplifiée de la problématique, voir http://en.wikipedia.org/wiki/Marginal_cost_of_public_funds. Le consensus veut que les distorsions engendrées représentent 30% du montant perçu : la levée de 1\$ coûte en réalité 1,30\$ dans les économies développées et davantage dans les économies en développement.

dépense à inscrire à son budget. Cette prime pourrait prendre différentes formes équivalentes de paiements annuels à verser pendant un certain nombre d'années, d'options de variation des versements, ou encore d'options de reprise du projet par le gouvernement. Le gouvernement pourrait aussi de manière alternative choisir de souscrire une police d'assurance auprès d'assureurs privés, prenant à leur charge les risques précédemment assumés par les contribuables.

L'erreur du Fonds des Générations du Québec

Le Gouvernement du Québec a créé Le Fonds des générations en 2006 "pour favoriser l'équité entre les générations, la pérennité des programmes sociaux et la prospérité". Ce Fonds est entièrement dédié au remboursement futur de la dette publique.

Entre 2007 et 2015, le Fonds a généré un rendement annuel de 5.67% en moyenne, avec un creux de -22.4% en 2008, comparativement à un coût de financement annuel moyen du Gouvernement de 3.7%¹⁴ sur la même période¹⁵.

Au moment de la création du Fonds en 2006, le Ministère des finances calculait que sur la période 1995-2005 le coût de financement de la dette avait été de 6.9% comparativement au taux de rendement de 9.4% de la Caisse de dépôt et placement du Québec, d'où l'anticipation d'une rentabilité intéressante du Fonds.

Comme nous l'avons indiqué,¹⁶ cette comparaison est boiteuse, le premier taux ne prenant pas en considération le coût de l'assurance ou de l'option financière implicite consentie au gouvernement par les citoyens contribuables permettant au gouvernement d'exiger d'eux si nécessaire des montants supplémentaires sous formes de taxes et impôts pour compenser et rembourser les prêteurs, et le second taux, le taux de rendement de la Caisse, comprenant une importante prime de risque.

Par ailleurs ce Fonds doit être alimenté chaque année à partir du budget courant du Gouvernement, ce qui peut servir à forcer ce dernier à épargner et à rembourser implicitement la dette, ce qu'il pourrait plus facilement négliger de faire autrement.¹⁷

¹⁴ Taux de rendement des obligations du Québec, échéance 10 ans.

¹⁵ Gouvernement du Québec – Finances Québec (2016)

¹⁶ Voir BOYER, M., GRAVEL, É., MOKBEL, S. (2013)

¹⁷ Au départ, le Fonds devait être alimenté principalement par les redevances hydrauliques devant être versées par Hydro-Québec, par celles déjà perçues par le gouvernement auprès des producteurs privés d'hydroélectricité et, en fonction de l'évolution de la situation, par d'autres sources de revenus à identifier. Dès 2013-2014 le budget provincial ajoute les versements suivants au Fonds des générations : les revenus qui découleront de l'indexation du prix de l'électricité patrimoniale à compter de 2014 (ceci représente 95 millions de dollars en 2014-2015, 190 millions de dollars en 2015-2016, 290 millions de dollars en 2016-2017 et 395 millions de dollars en 2017-2018) ; la totalité des redevances minières à compter de 2015-2016 (ce qui représentera 325 millions de dollars par année) ; les économies futures d'Hydro-Québec de 215 millions de dollars par année, à compter de 2017-2018, résultant de la décision d'abandonner la réfection de la centrale nucléaire de Gentilly 2 ; un montant de 100 millions de dollars par année, à compter de 2014-2015, provenant de la hausse de la taxe spécifique sur les boissons alcooliques. Notons qu'un élément de la plateforme électorale du Parti Québécois lors de l'élection de septembre 2012 au Québec

Cinquième méprise

Dans l'analyse des partenariats public-privé (PPP) ou privé-privé, il faut être prudent dans la comparaison des engagements des différents partenaires, à savoir le premier partenaire, le partenaire client ou donneur d'ordre, et le second partenaire, le partenaire fournisseur ou preneur d'ordre. L'analyse des engagements du premier partenaire doit se faire en fonction des risques encourus ou supportés par ce partenaire, qu'il soit public dans un partenariat public-privé, ou privé dans un partenariat privé-privé. De même, l'analyse des engagements du second partenaire doit se faire en fonction des risques encourus ou supportés par ce partenaire.

Dans un PPP, les risques réels et les risques de marché (systématiques) encourus ou supportés par les différents partenaires sont très différents et doivent être évalués en conséquence. Mais l'évaluation faite par le premier partenaire devrait être essentiellement la même qu'il soit public ou privé et similairement mutatis mutandis pour le second partenaire.

L'intérêt d'une formule PPP réside en réalité dans le partage et la gestion plus efficaces des risques réels et la gestion plus rigoureuse des coûts et échéanciers qu'elle peut permettre grâce à une plus forte intensité des incitations tant pour le partenaire public que pour le partenaire privé, dans la mise à contribution plus transparente des meilleures compétences et pratiques, dans les engagements de performance plus crédibles des partenaires grâce aux clauses contractuelles explicites relatives aux critères de performance et au maintien de l'ouvrage sur le long terme, et dans les clauses de garanties financières devant être fournies par le partenaire privé assurant un monitoring plus direct et efficace de performance. Cet avantage ne réside pas dans la simple identité, publique ou privée, des partenaires.

La bonne façon de faire l'analyse du choix du mode de réalisation d'un projet, mode conventionnel ou mode PPP, doit se faire selon les règles rigoureuses de l'analyse économique et financière. Aux premiers rangs méthodologiques, on retrouve le recours au bon taux d'actualisation des flux monétaires (bénéfices et coûts) et l'analyse comparée de la puissance et de la crédibilité des incitatifs.

De manière générale, les principales étapes devraient être :

1. Considérer le projet en mode PPP. Identifier les risques réels associés et la capacité des partenaires public et privé à bien gérer ces risques de façon à optimiser la valeur du projet (minimisation des coûts).
2. Caractériser le risque systématique de la séquence des coûts du projet en mode PPP, une fois gérés au mieux ou aussi rigoureusement que possible, étant donné les capacités et compétences du partenaire privé, les risques dits réels. Calculer la valeur actualisée de la séquence moyenne

prévoyait l'utilisation immédiate du Fonds des générations pour rembourser la dette, mais cet élément du programme a été mis au rancart suite à l'élection du PQ (gouvernement minoritaire).

anticipée des coûts en mode PPP à l'aide d'un taux d'actualisation approprié ajusté pour le risque systématique des coûts du projet.¹⁸

De manière générale, il faut tenir compte expressément des différents facteurs de risque systématique pouvant influencer sur différentes sous-séquences de la séquence des coûts tel que nous l'avons montré ci-dessus (VAN-O).

3. Considérer le projet réalisé en mode conventionnel et répéter les mêmes opérations. Identifier les risques réels associés et la capacité du secteur public de bien gérer ces risques de façon à optimiser la valeur du projet (minimisation des coûts).
4. Caractériser le risque systématique des coûts du projet en mode conventionnel, une fois gérés au mieux ou aussi rigoureusement que possible, étant donné les capacités et compétences du secteur public, les risques dits réels. Calculer la valeur actualisée de la séquence moyenne anticipée des coûts en mode conventionnel à l'aide d'un taux d'actualisation approprié ajusté pour le risque systématique des coûts du projet.¹⁹
5. Comparer les valeurs actualisées correctement obtenues en #2 avec celles obtenues en #4 et choisir le mode de réalisation correspondant à la valeur actualisée des coûts la plus faible.

Si au lieu de payer maintenant la valeur actualisée des coûts du mode PPP ou la valeur actualisée des coûts du mode conventionnel, on veut les financer ou les « rembourser » sous forme de montants fixes sur N années, on doit calculer l'annuité dont la valeur actualisée au taux d'actualisation approprié est égale à la valeur actualisée des coûts. De même pour toute structure de paiements variables dans le temps : quelle que soit la structure temporelle des paiements, les niveaux doivent être tels que leur valeur actualisée au taux d'actualisation approprié soit égale à la valeur actualisée des coûts encourus.

L'identification des risques et leur gestion

Pour bien comprendre la nature et le rôle de la gestion des risques, il est utile de distinguer les risques dits « réels » et le risque dit « de marché » ou systématique.

¹⁸ Alternativement, (i) considérer les séquences temporelles possibles et probabilisées des coûts selon la nature des risques de marché, macroéconomiques ou financiers, influant sur ces coûts pour en dériver le lien systématique (covariance, corrélation) entre ces coûts et la situation ou conjoncture économique; (ii) corriger la séquence moyenne anticipée des coûts pour en dériver la séquence en équivalent certain en augmentant ou retranchant de la séquence moyenne anticipée la prime de risque de marché associée aux coûts; (iii) calculer la valeur actualisée de cette séquence de coûts en équivalent certain à l'aide d'un taux d'actualisation approprié (sans prime de risque) nominal ou réel selon que les coûts sont exprimés en terme nominal ou réel.

¹⁹ Alternativement, (i) considérer les séquences temporelles possibles et probabilisées des coûts selon la nature des risques de marché, macroéconomiques ou financiers, influant sur ces coûts pour en dériver le lien systématique (covariance, corrélation) entre ces coûts et la situation ou conjoncture économique; (ii) corriger la séquence moyenne anticipée des coûts pour en dériver la séquence de coûts en équivalent certain en appliquant à la séquence moyenne anticipée une prime de risque de marché associée aux coûts; (iii) calculer la valeur actualisée de cette séquence de coûts en équivalent certain à l'aide d'un taux d'actualisation approprié (sans risque) nominal ou réel selon que les coûts sont exprimés en terme nominal ou réel.

Les risques réels sont les risques qui peuvent avoir un impact sur les cashflows d'un projet ou d'une entreprise indépendamment des fluctuations de l'activité économique en général. Ce sont principalement des risques internes aux processus gouvernant les décisions et opérations de l'entreprise et donc les opérations de ses projets et activités.

Le risque de marché ou risque systématique est le risque que posent les fluctuations de l'activité économique générale (conjuncture économique) sur les cashflows des projets et activités. Bien que les deux types de risques soient bien « réels », il est habituel en finance et analyse de projets de les identifier comme risques « réels » et risque de marché ou « systématique ».

Boyer, Boyer et Garcia (2013) suggèrent qu'une entreprise ou organisation peut être vue comme un ensemble de projets et d'activités qui génèrent, en agrégé au niveau de l'entreprise, une distribution statistique de cashflows entre les états de la nature ou de l'économie dans les périodes futures. Un projet peut aussi être vu comme un ensemble d'activités qui génèrent une distribution statistique de cashflows entre les états de la nature ou de l'économie dans les périodes futures, donc des séquences probabilisées de cashflows dans le futur.

Le coût du capital d'un projet, le véritable facteur fondamental du taux d'actualisation approprié pour en déterminer la valeur, dépend de trois éléments : le taux d'intérêt sans risque correspondant à la préférence (en certitude) pour le présent, le niveau de risque systématique (mesuré par le *bêta* par exemple) propre au projet considéré et le prix du risque systématique tel que déterminé sur les marchés financiers. Les deux derniers facteurs sont souvent combinés pour donner une prime de risque, égale au niveau de risque systématique fois le prix du risque.²⁰

En définitive et en toute logique, la valeur actualisée d'une séquence de flux monétaire devrait avoir la même valeur peu importe qui tire les revenus ou assume les dépenses. De manière générale, pour un projet caractérisé par une séquence de flux monétaires tributaire d'un niveau de risque systématique donné, le taux d'actualisation à utiliser ne doit pas dépendre du caractère public ou privé de l'entreprise ou de l'organisation qui l'entreprend ou le réalise. Il ne doit dépendre que du risque systématique sous-jacent.²¹

²⁰ Le même raisonnement s'applique mutatis mutandis dans la formulation en équivalent certain. Dans cette formulation, la séquence moyenne anticipée des cashflows est d'abord ajustée pour tenir compte de l'incertitude, plus précisément du risque des cashflows, en lui appliquant une prime de risque mesurée adéquatement. La séquence modifiée, devenue une séquence en équivalent certain, peut alors être actualisée au taux d'actualisation sans risque approprié.

²¹ Par ailleurs, les flux à actualiser pourraient différer dans la mesure où les périmètres comptables des entreprises ou organisations responsables du projet diffèrent, par exemple en présence de facteurs d'externalités et d'effets induits potentiellement pertinents pour le secteur public mais non pertinents pour le secteur privé, car potentiellement accaparés par ou pertinents pour un décideur public mais non pas pour un décideur privé. Si tel est le cas, les taux d'actualisation à utiliser pourraient différer dans la mesure où le niveau de risque systématique du projet dépend du périmètre comptable pertinent à considérer. Encore faut-il que ces différences de périmètres comptables soient bien identifiées, justifiées et mesurées. Dans l'analyse d'un choix du mode de réalisation d'un

Dans un processus concurrentiel d'appel d'offres faisant intervenir différents partenaires privés potentiels, selon une structure de paiements choisie par le partenaire public et une structure de financement donnée, la série de paiements qui sera exigée par le partenaire privé sera celle qui égalisera la valeur actualisée des coûts encourus pour la réalisation du projet par le partenaire privé et la valeur actualisée de la série de paiements respectant la structure choisie par le partenaire public, les deux valeurs actualisées étant obtenus à l'aide de taux d'actualisation appropriés selon le profil de risque systématique des séquences en question.

Les gains d'efficience dans la gestion des risques réels sont transférés au partenaire public par l'intermédiaire du processus concurrentiel d'appel d'offres et de la négociation finale du contrat à intervenir entre le partenaire privé et le partenaire public. À titre d'exemples, les éléments incitatifs suivants peuvent et doivent être pris en compte :

1. La structure et les niveaux des paiements prédéterminés selon lesquels le partenaire privé est ex post le détenteur résiduel des gains et pertes d'efficience dans la gestion du projet, ce qui affecte son offre de services ex ante.
2. La durée et les dates de début et de fin des paiements par le partenaire public.
3. Les diverses clauses liées à la performance ou à l'exigence de performance.
4. Les conditions et exigences de rétrocession des actifs en bon état.
5. La surveillance accrue des bailleurs de fonds du partenaire privé qui ont un intérêt direct dans la performance de ce dernier.
6. La présence de partenaires publics ayant un intérêt politique et financier dans la meilleure réalisation possible du projet.

Valeurs actualisées à comparer

Pour mieux cerner la méthodologie d'évaluation de projets d'investissements, considérons les définitions de coûts suivantes. Ces définitions et valeurs permettent une représentation stylisée, faisant abstraction de la complexité des détails contractuels et du cadre méthodologique des évaluations comparatives *typiquement effectuées* des modes de réalisation envisagés des grands projets.

En mode PPP :

- $A\$_$ = Valeur actualisée des coûts encourus par le partenaire privé pour réaliser sa partie du projet, y compris les coûts reliés à la gestion des risques réels, tel que défini dans l'entente de partenariat; les coûts tiennent également compte du coût du capital approprié pour le partenaire privé (pour le projet) et incluent une prime de risque correctement définie en fonction des attentes de tiers, créanciers et investisseurs.

projet public, PPP ou conventionnel, les bénéfices bruts du projet sont par hypothèse les mêmes et l'analyse portera essentiellement sur les coûts plutôt que sur les bénéfices bruts.

- B\$ = Valeur actualisée des coûts encourus par le partenaire public pour réaliser sa partie du projet et assumer les risques retenus et assumés par le secteur public, tel que défini dans l'entente de partenariat ; les coûts sont typiquement actualisés au coût de financement du gouvernement.
- C\$ = Coût de la garantie citoyenne (option financière, police d'assurance) permettant au gouvernement de financer le montant B\$ à un coût d'emprunt favorable (quasiment sans risque). Au final, B\$ + C\$ donne le bon résultat, car c'est comme si on prenait le bon taux d'actualisation dans l'évaluation des coûts encourus par le partenaire public pour réaliser sa partie du projet et assumer les risques retenus et assumés par le secteur public.
- D\$ = Valeur actualisée par le partenaire privé de la séquence des paiements que le partenaire public versera au partenaire privé pour le compenser pour la valeur actualisée A\$ des coûts encourus; le gouvernement actualise l'ensemble de son engagement financier envers le partenaire privé à un taux correspondant à son coût d'emprunt favorable (quasiment sans risque).

En mode Conventionnel :

- E\$ = Valeur actualisée des coûts encourus par le gouvernement (partenaire public) pour réaliser le projet en mode Conventionnel et en assumer tous les risques ; les coûts sont typiquement actualisés à un taux correspondant à son coût d'emprunt favorable (quasiment sans risque).
- F\$ = Coût de la garantie citoyenne (option financière, police d'assurance) permettant au gouvernement de financer le montant E\$ à un coût d'emprunt favorable (quasiment sans risque). Encore une fois, au final, E\$ + F\$ donne le bon résultat, car c'est comme si on prenait le bon taux d'actualisation dans l'évaluation des coûts encourus par le partenaire public pour réaliser le projet en mode Conventionnel et assumer tous les risques du projet.

Supposons que $A\$ + B\$ < E\$$. Plusieurs concluraient sur cette base que le mode PPP est préférable au mode conventionnel. Les évaluations devraient cependant être complétés pour tenir compte des coûts C\$ et F\$. Si ces coûts étaient proportionnels aux coûts B\$ et E\$, nous aurions donc $C\$ < F\$$. Ainsi, le coût total en mode PPP deviendrait $A\$ + B\$ + C\$$ et le coût total en mode conventionnel deviendrait $E\$ + F\$$. Comme $C\$ < F\$$, le mode de réalisation en PPP resterait le plus avantageux, mais par une marge (ou une valeur ajoutée) encore plus importante.

De plus, nous avons $D\$ = A\$$. Le partenaire privé qui encourt les coûts correctement actualisés A\$ sera compensé par le partenaire public avec des paiements réguliers quasiment sans risque dont la valeur actualisée au coût de financement du gouvernement (partenaire public) est D\$. En effet, ces paiements à recevoir par le partenaire privé apparaissent aux yeux de ce dernier comme le remboursement d'un prêt qu'il consent implicitement au gouvernement pour le montant A\$. En réalité, les paiements prévus sont de deux types : d'une part des paiements annuels constants en compensation des coûts de construction (et les coûts de financement afférents) et d'autre part des paiements pour les dépenses d'entretien et de maintien des actifs versés au moment où ces dépenses seront encourues selon le profil des dépenses prévu au contrat. Ces derniers paiements seront nécessairement fonction de l'inflation à venir.

La valeur $D\$$ est obtenue en actualisant les paiements pertinents faits par le secteur public au partenaire privé au coût de financement du secteur public. Mais n'oublions pas que $D\$ = A\$$ et que $A\$$ prend en considération le profil de risque du projet. L'erreur couramment commise est de considérer que le coût du projet en mode PPP est pour le secteur public de $D\$ + B\$$ et d'oublier $C\$$. Similairement, considérer que le coût du projet en mode Conventionnel est $E\$$ est une erreur car on oublie $F\$$.²² De plus, quand on compare $D\$ + B\$$ (PPP) et $E\$$ (Conventionnel), toutes ces valeurs étant actualisées au même taux, la comparaison est incomplète car il y manque les valeurs $C\$$ et $F\$$ qui sont cruciales pour effectuer une bonne comparaison. Comme $D\$ = A\$$, la comparaison entre $D\$ + B\$$ et $E\$$ est équivalente à la comparaison entre $A\$ + B\$$ et $E\$$. Mais il pourrait arriver que $A\$ + B\$ > E\$$, ce qui favoriserait le mode conventionnel, alors que l'ajout des valeurs $C\$$ et $F\$$ pourrait amener $A\$ + B\$ + C\$ < E\$ + F\$$, ce qui favoriserait le mode PPP. D'où l'importance de ne jamais perdre de vue les raisons qui font que le gouvernement peut se financer à un taux d'emprunt plus faible que celui du secteur privé.²³

ANNEXE

A.1 Détermination de la prime de risque pour un emprunt

Pour bien illustrer notre argument, prenons le cas très simplifié d'une organisation qui doit emprunter 100\$ pour un an afin de réaliser un projet, tel l'achat aujourd'hui d'une quantité de gaz naturel au coût de 100\$ qui sera revendue dans un an au prix de marché qui prévaudra à ce moment-là. Soit P_D la probabilité de défaut, égale à la probabilité que le projet ne soit pas en mesure de rembourser la totalité du prêt (100\$ plus les intérêts au bout d'un an), étant donné le prix du gaz en $t=1$.

Pour évaluer la valeur de la dette V_0 (la valeur de l'actif entre les mains du prêteur), en supposant que le prêteur en supporte le risque, nous pouvons procéder comme suit. Plutôt que pondérer les divers flux monétaires possibles du projet ou de l'emprunt par la probabilité $(1 - P_D)$ de recevoir ces flux – pour obtenir le flux espéré – et d'actualiser ce flux espéré à un taux d'actualisation ajusté pour le risque, nous pouvons, comme on le fait souvent dans l'évaluation de produits obligataires, pondérer les flux monétaires possibles par la probabilité de défaut risco-neutre \widetilde{P}_D qui tient compte de la prime de risque et ce, afin d'obtenir l'équivalent certain des flux pour ensuite les actualiser au taux sans risque.

²² Dans *Le Dossier d'affaires – Guide d'élaboration* (Conseil du Trésor du Québec, 2002), on peut lire : « Le coût de la réalisation, pour le secteur public, de la solution la plus vraisemblable en mode PAPP [pour partenariat d'affaires public-privé ou PPP] correspond à la valeur actualisée de la rémunération versée au partenaire privé par le secteur public. Cette valeur actualisée nette doit être calculée au moyen d'un taux d'actualisation approprié. En théorie, le taux d'actualisation devrait refléter le profil de risques du PAPP. Toutefois, la rémunération versée par le secteur public tient déjà compte des risques que le partenaire privé assume. Dans ce contexte, le taux d'actualisation utilisé ne doit donc pas refléter les risques du projet, mais le coût de financement du secteur public » (page 59). Il faut donc bien interpréter ce passage pour éviter de tomber dans la quatrième méprise.

²³ Dans le *Guide d'élaboration du dossier d'affaires des grands projets d'infrastructure publique* (Conseil du Trésor du Québec, 2011), on peut lire : « Afin de rendre le coût net de chaque option comparable, l'analyse financière doit être présentée en valeur actuelle nette (VAN). La VAN doit être calculée en utilisant le même taux d'actualisation ainsi que la même date d'actualisation pour toutes les options » (page 26). Encore une fois, il faut bien comprendre le sens de cette affirmation pour éviter le piège de la quatrième méprise.

Soit r_f le taux sans risque, \tilde{r} le taux requis par le prêteur et L_D la perte en cas de défaut (exprimée en % du montant dû), nous avons la valeur aujourd'hui du prêt (de l'actif) pour le prêteur V_0 :

$$V_0 = e^{-r_f} [e^{\tilde{r}}(1 - \tilde{P}_D)100 + e^{\tilde{r}}\tilde{P}_D(1 - L_D)100]$$

Au moment de la transaction, le taux \tilde{r} requis par le prêteur sera déterminé par la condition $V_0 = 100$, ce qui nous donne l'expression suivante pour la prime de risque

$$\tilde{r} - r_f = -\ln[(1 - \tilde{P}_D) + (1 - L_D)\tilde{P}_D]$$

Dans le cas où un gouvernement réalise le projet, nous avons par hypothèse une situation de pleine assurance pour le prêteur, $L_D = 0$, puisque les contribuables et non le prêteur absorberont la perte le cas échéant ; la prime de risque associée au prêt est alors nulle : $\tilde{r} = r_f$.

A.2 La prise en compte des risques dans un portefeuille de projets

La variance des rendements associée à un portefeuille de N projets est donnée par

$$\sigma_{R_p}^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{ij}$$

où w_i est le poids (valeur entre 0 et 1 représentant l'importance relative du projet) du projet i dans le portefeuille, σ_{ii} est la variance des rendements du projet i et σ_{ij} est la covariance des rendements des projets i et j où $i \neq j$.

Supposons sans perte de généralité que chaque projet a le même poids $w_i = 1/N$ dans le portefeuille de projets (chaque projet a la même importance relative). Dans ce cas, la variance des rendements du portefeuille devient

$$\sigma_{R_p}^2 = \left(\frac{1}{N^2}\right) \sum_{i=1}^N \sigma_{ii} + \left(\frac{1}{N^2}\right) \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \sigma_{ij}$$

Soit L la plus grande des variances des rendements des projets. Le premier terme de l'expression ci-dessus est ainsi toujours plus petit ou égal à $(1/N^2)NL$. Dans un portefeuille comportant un très grand nombre de projets, ce terme tend vers zéro. Supposons maintenant que $\overline{\sigma_{ij}}$ est la covariance moyenne de toutes les paires de projets. Le deuxième terme de l'expression ci-dessus peut alors s'écrire $(1/N^2)N(N-1)\overline{\sigma_{ij}} = \overline{\sigma_{ij}}(1 - (1/N))$. Avec un très grand nombre de projets, ce terme tend vers $\overline{\sigma_{ij}}$.

Pour que la deuxième raison évoquée soit vraie (élimination totale du risque via la diversification), il faut que *tous* les projets soient indépendants (covariance nulle), condition sous laquelle le risque du portefeuille est nul. Or, si les flux monétaires d'un certain nombre de projets sont corrélés avec les conditions économiques générales et donc corrélés entre eux, il ne sera pas possible de réduire la variance des rendements du portefeuille de projets à zéro. À toutes fins utiles, même avec un très grand nombre de « projets gouvernementaux », un risque systémique persiste.

Références

- BIERMAN, H.J. (1993), "Capital budgeting in 1992: A survey", *Financial Management*, 22, 24
- BLACK, F. and M. SCHOLES (1973), "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", *Journal of Political Economy* 81, No 3 (May-Jun., 1973), pp. 637-654
- BOYER, M., « An Introduction to Real Options » dans *Méthodes Avancées d'Évaluation d'Investissements / Advanced Methods of Investments Evaluation*, CH 10, 10 :1 (A paraître en janvier 2017)
- BOYER, M., BOYER, M.M., et R. GARCIA (2013), "Alleviating Coordination Problems and Regulatory Constraints through Financial Risk Management", *Quarterly Journal of Finance* 3(2)
- BOYER, M., CHRISTOFFERSEN, P., LASSERRE, P. et A. PAVLOV (2003), "Value Creation, Risk management and Real Options", CIRANO 2003RB-02, <http://cirano.qc.ca/files/publications/2003RB-02.pdf> (also published in *ICFAI Journal of Management Research*, ICFAI University Press, October 2004)
- BOYER, M. et É. GRAVEL (2006), « Évaluation de projets : la valeur actualisée nette optimisée (VAN-O) », *Assurance et Gestion des Risques* 74(2), juillet 2006, pp. 163-185
- BOYER, M. et É. GRAVEL (2012a), « Évaluation options réelles du projet VEGA de Northern Canada Gas », CIRANO 2012s-26, <http://cirano.qc.ca/files/publications/2012s-26.pdf>
- BOYER, M. et É. GRAVEL (2012b), "A Real Option Analysis of TransEuropean Telecommunications Wireline Video Deployment", CIRANO 2012s-25, <http://cirano.qc.ca/files/publications/2012s-25.pdf>
- BOYER, M., GRAVEL, É. et P. LASSERRE (2013), "Real Options and Strategic Competition: A Survey" (mimeo)
- BOYER, M., GRAVEL, É. et S. MOKBEL (2013), « Évaluation de projets publics : risques, coûts de financement, et coût du capital », C.D. Howe Institute, Commentaire No 388, https://www.cdhowe.org/sites/default/files/attachments/research_papers/mixed/Commentaire_388_0.pdf
- BOYER, M. et J.J. LAFFONT (1997), "Environmental Risks and Bank Liability", *European Economic Review* 41, 1997, 1427–1459
- BOYER, M. et D. PORRINI (2004), "Modeling the Choice between Liability and Regulation in terms of Social Welfare", *Canadian Journal of Economics* 37(3), 2004, 590–612
- CHEVALIER-ROIGNANT, B. et L. TRIGEORGIS (2011), "Competitive Strategy : Options and Games", MIT Press
- DIXIT, A.K. et R.S. PINDYCK (1994), "Investment under Uncertainty", Princeton University Press
- FAMA, E.F. et K.R. FRENCH (1997), "Industry Costs of Equity", *Journal of Financial Economics*, Vol. 43, No 2, pp. 153-193

GOLLIER, C. (2007), « Comment intégrer le risque dans le calcul économique ? », *Revue d'économie politique*, Vol. 117, No 2, pp. 209-223, Toulouse School of Economics

Gouvernement du Québec – Finances Québec (2006), « Le Fonds des Générations », <http://www.budget.finances.gouv.qc.ca/fondsdesgenerations/LeFondsGen.pdf>

Gouvernement du Québec – Finances Québec (2016), « Le plan économique du Québec », Section E, p. E43 <http://www.budget.finances.gouv.qc.ca/budget/2016-2017/fr/documents/PlanEconomique.pdf>

GRAHAM, J. et C.R. HARVEY (2001), “The theory and practice of corporate finance: Evidence from the field”, *Journal of Financial Economics* 60, pp. 187-243

HULL, J.C. (2003), “Options, Futures, and Other Derivatives”, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ

Infrastructure Ontario (2007), “Assessing Value for Money: A Guide to Infrastructure Ontario’s methodology”, Queen’s Printer for Ontario
<http://www.infrastructureontario.ca/WorkArea/DownloadAsset.aspx?id=2147488713>

KRÜGER, P., LANDIER, A., et D. THESMAR (2015), “The WACC Fallacy: The Real Effects of Using a Unique Discount Rate”, *The Journal of Finance*, Vol. LXX, No.3, June 2015

Secrétariat du Conseil du Trésor du Québec (2002), « Le dossier d'affaires – Guide d'élaboration », p.59, https://www.bibliotheque.assnat.qc.ca/DepotNumerique_v2/AffichageFichier.aspx?idf=32855

Secrétariat du Conseil du Trésor du Québec (2011), « Guide d'élaboration du dossier d'affaires des grands projets d'infrastructure publique », p.26, http://www.tresor.gouv.qc.ca/fileadmin/PDF/faire_affaire_avec_etat/projets_infrastructure/guide_elaboration_dossier_affaire.pdf

SICK, G., (2009), “Valuation and capital budgeting “, Haskayne School of Business, University of Calgary